

מספר ת.ז. _____ מספר נבחן _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשע"ג

כהן אסף

1. ענו על 15 השאלות הבאות.
2. משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סה"כ: 105 נקודות, הציון המקסימלי הוא 100.
3. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בשני דפי נוסחאות (דו-צדדיים) ובמחשבון.
4. לרשותכם 3 שעות.
5. יש לסמן את התשובות בטבלה הבאה בלבד. את הסימונים לכל שאלה יש לסמן בעמודה המתאימה. לכל שאלה יש לסמן רק תשובה אחת! ייבדקו רק הסימונים בטבלה. שאר טופס המבחן והמחברת משמשים כטיוטא בלבד ולא ייבדקו.

בהצלחה!

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
א															
ב															
ג															
ד															

מספר תשובות נכונות: _____

ציון: _____

בכד יש X כדורים לבנים ($0 \leq X \leq 100$, הוא מ"מ) ו- $100 - X$ כדורים שחורים.
 ערכו של X והתפלגותו לא ידועים אך ידוע כי $E(X) = V(X) = 25$.
 מוציאים שני כדורים בלי החזרה.

1. מהו הסיכוי שהכדור הראשון לבן?

א. $\frac{1}{2}$.

ב. $\frac{1}{4}$.

ג. לא ניתן לחישוב ללא ההתפלגות של X .

ד. אף אחד מהנ"ל.

2. מהו הסיכוי ששני הכדורים לבנים?

א. $\frac{625}{9900}$.

ב. $\frac{650}{9900}$.

ג. $\frac{675}{9900}$.

ד. אף אחד מהנ"ל.

יהיו $X, Y \sim G(p)$ ב"ת, כאשר $p \in (0,1)$.

3. מה מהבאים בהכרח מתקיים?

א. $\rho(X + Y, Y) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

ב. $\rho(X + Y, Y) = 1$.

ג. $\rho(X + Y, Y) = \frac{1}{p}$.

ד. אף אחת מהנ"ל.

4. מהו הסיכוי $P(X = Y)$?

א. $\frac{p^2}{1 - p^2}$.

ב. $\frac{p}{1 - p^2}$.

ג. $\frac{p}{2 - p}$.

ד. אף אחת מהנ"ל.

ספי, עובדיה, ופנינה מטילים כל אחד בתורו קובייה הוגנת (בעלת 6 פאות). ספי מנסה להשיג את התוצאה 1, עובדיה מנסה להשיג את אחת מהתוצאות 2 או 3, ואילו פנינה מנסה להשיג את אחת מהתוצאות 4, 5 או 6. מי שמשיג את התוצאה אותה הוא מנסה להשיג ראשון מוכרז כמנצח. ספי מטיל ראשון, עובדיה שני, ופנינה שלישית.

5. למי מהבאים יש את הסיכוי הנמוך ביותר לנצח?

- א. ספי.
- ב. עובדיה.
- ג. פנינה.
- ד. אף אחת מהנ"ל.

6. כיצד מתפלג מספר ההטלות של עובדיה?

- א. $G(\frac{1}{3})$.
- ב. $G(\frac{13}{18})$.
- ג. $G(\frac{1}{2})$.
- ד. אף אחת מהנ"ל.

7. בהינתן שפנינה ניצחה, כיצד מתפלג מספר ההטלות של עובדיה?

- א. פואסוני.
- ב. גאומטרי.
- ג. בינומי שלילי שאינו גאומטרי.
- ד. אף אחת מהנ"ל.

8. אם ידוע שבמהלך ה-60 הטלות הראשונות לא נקבע המנצח (כלומר כל אחד הטיל 20 פעמים ולא ניצח), מה תוחלת מספר השישיות שיצאו ב-60 הטלות אלו?

- א. $\frac{1}{3}$.
- ב. 9.
- ג. 3.
- ד. אף אחת מהנ"ל.

9. יהיו X, Y מ"מ כלשהם בעלי תוחלות ושוניות סופיות. מה מהבאים בהכרח מתקיים:

- א. קיים לפחות k אחד כך ש- $E(X | Y = k) \geq E(X)$.
- ב. $|Cov(X, Y)| \leq V(X)V(Y)$.
- ג. $V(X + Y) \leq V(X) + V(Y)$.
- ד. אף אחת מהנ"ל.

יהיו $X, Y \sim U(0,1)$ מ"מ ב"ת בעלי התפלגות אחידה (רציפה) בקטע $(0,1)$. נגדיר $Z = X + Y$.

10. מהי הצפיפות של Z , $f_Z(t)$:

$$f_Z(t) = \begin{cases} 1-t & 0 < t \leq 1 \\ 2-t & 1 < t \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$f_Z(t) = \begin{cases} t & 0 < t \leq 1 \\ 2-t & 1 < t \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$f_Z(t) = \begin{cases} t & 0 < t \leq 1 \\ t-1 & 1 < t \leq 2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{ג.}$$

ד. אף אחת מהנ"ל.

11. חשבו את $E[X+Y]$, כאשר הפונקציה $[x]$ היא פונקצית הערך השלם התחתון

של x :

$$\frac{2}{3} \quad \text{א.}$$

$$1 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{3}{4} \quad \text{ג.}$$

ד. אף אחת מהנ"ל.

יהיו $X_1, \dots, X_n \sim U(-1,1)$ מ"מ ב"ת בעלי התפלגות אחידה (רציפה) בקטע $(-1,1)$. נגדיר

$$M = \max\{X_1, \dots, X_n\}$$

12. מהי הצפיפות של M , $f_M(t)$:

$$f_M(t) = \begin{cases} \frac{n}{2} \left(\frac{t-1}{2}\right)^{n-1} & -1 < t < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{א.}$$

$$f_M(t) = \begin{cases} \frac{n}{2} \left(\frac{t}{2}\right)^{n-1} & -1 < t < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{ב.}$$

$$f_M(t) = \begin{cases} \frac{n}{2} \left(\frac{t+1}{2}\right)^{n-1} & -1 < t < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \text{ג.}$$

ד. אף אחת מהנ"ל.

13. מהו הסיכוי $P(X_2 > X_1 + 1)$:

א. $\frac{1}{6}$

ב. $\frac{1}{8}$

ג. $\frac{1}{4}$

ד. אף אחת מהנ"ל.

14. מהו הסיכוי $P(M > X_1 + 1)$:

א. $\frac{1}{8^{n-1}}$

ב. $1 - \frac{1}{4^{n-1}}$

ג. $\left(\frac{5}{6}\right)^{n-1}$

ד. אף אחת מהנ"ל.

15. לכל $n \geq 1$ נגדיר את המ"מ הבא $S_n = \sum_{i=1}^n X_i$, לאיזה קטע שייך הגבול

$\lim_{n \rightarrow \infty} P(S_n^2 \leq \frac{n}{9})$:

א. $[0, 0.25)$

ב. $[0.25, 0.5)$

ג. $[0.5, 0.75)$

ד. אף אחת מהנ"ל.

