

מספר ת"ז: \_\_\_\_\_

מספר נבחן: \_\_\_\_\_

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשס"ט, מועד ב' 11/09/09

אילה משיח-יעקבי

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת.  
משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סך הכל : 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בדף נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
6. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: \_\_\_\_\_

מספר תשובות שגויות: \_\_\_\_\_

ציון: \_\_\_\_\_

שאלה 1

מסדרים באקראי בשורה את הספרות {2,2,4,4,0,0,0}. מה תוחלת מספר ההופעות של הרצף {2,0,0,4} בקוד שהתקבל (דרוש דיוק של עד 2 ספרות אחר הנקודה)?

- (א) 0.03 כסכום תוחלות א חמישה אינדיקטורים. כלא אחר  
 (ב) 0.14 מהאינדיקטורים פלא אינדיקטור אקראית, רצף ככה  
 (ג) 0.29 קימום מס'ים  
 (ד) אף אחד מהנ"ל.
- $$5 \cdot \frac{2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}$$

שאלה 2

היו  $X, Y$  מ"מ ב"ת, כאשר  $X, Y \sim Bin(n, p)$ . התפלגות המותנה של  $X$  בהינתן  $X + Y = t$

- היא:  
 (א) בינומית.  
 (ב) גיאומטרית.  
 (ג) היפרגאומטרית.  
 (ד) אף אחד מהנ"ל.
- לכל ח'אג של הסתברויות מותנות

שאלה 3

$X$  הוא משתנה מקרי המתפלג נורמלי עם ממוצע 0 וסטית תקן  $\sigma$ . ההסתברות לקבל  $|X| \leq 2\sigma$  היא:

- (א)  $\phi(2)$   
 (ב)  $1 - \phi(2)$   
 (ג)  $2\phi(2) - 1$   
 (ד) אף אחד מהנ"ל.
- $\phi(2) - \phi(-2) = \phi(2) - (1 - \phi(2)) = \dots$

שאלה 4

$X$  הוא מ"מ רציף המתפלג באופן אחיד בתחום  $[0, 1]$ . נתון המשתנה המקרי  $Y = g(X)$  כאשר:

$$g(x) = \begin{cases} 1, & x \leq 1/3 \\ 2, & x > 1/3 \end{cases}$$

התוחלת של  $Y - X$  היא:

- (א)  $\frac{17}{12}$  בס'כו' של  $\frac{1}{3}$  מקבל עקב ק'ן  $\frac{1}{3}$   
 (ב)  $\frac{7}{6}$  וכל תוחלת (המותנת) פלא  $\frac{1}{6}$   
 (ג)  $\frac{5}{3}$  בס'כו' של  $\frac{2}{3}$  מקבל עקב ק'ן  $\frac{1}{3}$   
 (ד) אף אחד מהנ"ל.  
 פת' אג'  $\frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{6}\right) + \frac{2}{3} \left(2 - \frac{2}{3}\right)$

שאלה 5

200 כדורים, מהם 100 לבנים ו-100 שחורים, מחולקים באקראי ל-100 ילדים, שני כדורים לכל ילד.

יהי X מספר הילדים להם שני כדורים לבנים, ויהי Y מספר הילדים להם כדור אחד לבן וכדור אחד שחור.

שחור. התוחלת של X.

$$100 \cdot \frac{100 \cdot 99}{200 \cdot 199}$$

(כנסו עם 100 אינדיקציות)

(א) בין 24 ל-25.

(ב) פחות מ-24.

(ג) יותר מ-25 אך פחות מ-30.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 6

בהמשך לשאלה 5, מקדם המתאם בין X לבין Y הינו:

(א) -1.

(ב) שלילי אך גדול מ-1.

(ג) 0.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

קשר ע"ש"י "ורז מוחלט",

(י) קשר מוחלט בין מספר המעלות

ע"בין מספר אלף שהם רק ע"גים. מספר המעלות (האחוזים) בהכרח שווה למספר המעלות (האחוזים).

שאלה 7

יהיו  $X_1, X_2, X_3, X_4$  ארבעה מ"מ ב"ת, שלכולם שונות  $\sigma^2$ . נתון כי  $Y_1 = X_1 + X_2 + X_3$  ואילו

$Y_2 = X_2 + X_3 + X_4$ . ה-  $Cov(Y_1, Y_2)$  הוא:

(א) 0.

(ב) זה תלוי גם בתוחלת.

(ג)  $2\sigma^2$ .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

$$Cov(X_1 + X_2 + X_3, X_2 + X_3 + X_4)$$

$$\stackrel{||\sigma}{=} Cov(X_2, X_2) + Cov(X_3, X_3) = V(X_2) + V(X_3)$$

שאלה 8

נתונים שלושה מאורעות A, B, C בעלי הסתברויות 0.2, 0.25, 0.5 בהתאמה. יהי N מספר המאורעות המתרחשים מבין השלושה. ידוע שהמאורעות בלתי תלויים בשלושת (אך לא ידוע אם הם מקיימים אי תלות כללית). התחום בו  $E(N)$  נמצא הוא:

(א) בין 1 ל-1.5.

(ב) בין 0.5 ל-1.

(ג) לא ניתן לדעת.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

$$E(N) = 0.5 + 0.25 + 0.2$$

(תוחלת מספר תע"ז שווה למספר התוחלות).

שאלה 9

בהמשך לשאלה 7, חשב את  $Var[N]$ .

(א) 0.6475

(ב) 0.5975

(ג) לא ניתן לדעת.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 10

פונקציית ההתפלגות המצטברת של מ"מ  $X$  נתונה ע"י

$$F_X(x) = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ 1 - x^{-a} & x \geq 1 \end{cases}$$

כאשר  $a$  קבוע חיובי. נגדיר  $Y = \ln(X)$ .  $Y$  מתפלג:

(א)  $N(a, 1)$

(ב)  $\exp(1/a)$

(ג)  $\exp(a)$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

$$P(Y \leq y) = P(X \leq e^y) = 1 - (e^y)^{-a} = 1 - e^{-ay}$$

שאלה 11

נתון זוג מ"מ  $X, Y$  כך ש-  $E[Y|X=a] = 2 - a$  לכל  $a > 0$ . ידוע ש-  $X$  מ"מ בדיד.

אם  $E[Y] = 5$  אזי  $E[X]$  היא:

(א) -3

(ב) 0

(ג) -1

(ד) אף אחד מהנ"ל.

$$E(Y) = 2 - E(X)$$

שאלה 12

$X, Y \square U(0, 1)$ , אילו מהטענות הבאות נכונה?

(א)  $E\left(\frac{Y}{X}\right) = 1$  תמיד

אם יצא ע"כ תלוי לראות את  
ניתן לתא את ההתפלגות של  
פוסל

© כל הזכויות שמורות  
 פתרונות אלה נכתבו על-ידי שלומי.  
 אין להעתיק אותם או להפיץ אותם מחוץ  
 לאתר של שלומי.

(ב) יתכן כי  $E\left(\frac{Y}{X}\right)$  סופי רק אם  $X$  ו- $Y$  בעלי מתאם חיובי.

(ג) בכל מקרה  $E\left(\frac{Y}{X}\right) = \infty$ .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

אם הם אמנם ק"ל אז  $\infty$   
 יתכן שהתחלת פ"א סב"ת  
 אמנם אם  $X$  ו- $Y$  הם אותו  
 משתנה.

שאלה 13  
 מספר הסטודנטים,  $X_k$ , המאחרים ב- $k$  דקות ( $k = 1, 2, \dots, 9$ ) לשיעור מתפלג פואסוני עם פרמטר 2.  
 המשתנים בלתי תלויים. סטודנט המאחר עד 8 דקות, נקנס ב-10 ש"ח, ואילו סטודנט המאחר ב-9 דקות  
 נקנס ב-20 ש"ח. מה תוחלת הקנס הכולל של כל הסטודנטים?

$$2 \cdot 8 \cdot 10 + 2 \cdot 20$$

- (א) 200 ש"ח.
- (ב) 220 ש"ח.
- (ג) 240 ש"ח.
- (ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 14

בהמשך לשאלה 1, חשב את השונות של הקנס הכולל של כל הסטודנטים?

$$8 \cdot 2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 20^2$$

- (א) 2400
- (ב) 2600
- (ג) 50
- (ד) אף אחד מהנ"ל.

(עזרה:  $\text{Var}(cX) = c^2 \text{Var}(X)$  מתק"ם קרוס  $c$  מתק"ם  $c$ )

שאלה 15

מסעדת "יצאת שבע" החליטה להכין שולחן מגל שיכנס לספר השיאים של גינס. לשם כך, נשלחו 1000 הזמנות. להערכות המארגנים, ההסתברות כי מוזמן כלשהו יגיע היא  $\frac{3}{4}$  בלא תלות במוזמנים האחרים.

כמה סטייקים יש להכין לכל הפחות, על מנת שבסיכוי 0.95 יהיה סטייק לכל משתתף?

$$\Phi\left(\frac{a + \frac{1}{2} - 0.75 \cdot 1000}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}}}\right) = 0.95$$

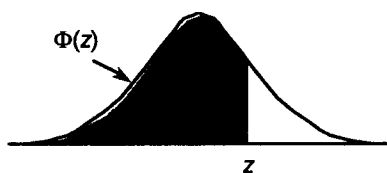
- (א) בין 711 ל-715 סטייקים.
- (ב) בין 748 ל-752 סטייקים.
- (ג) בין 771 ל-775 סטייקים.
- (ד) אף אחד מהנ"ל.

$$\left(\Phi\left(\frac{a - 0.75 \cdot 1000}{\sqrt{1000 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4}}}\right) = 0.95\right)$$

או אמנם תיקון רצ"ת

$$\frac{a - 749.5}{13.7} = 1.65$$

טבלה 1. טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי  $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995