

מספר ת"ז: \_\_\_\_\_

מספר נבחן: \_\_\_\_\_

**הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי**

סמסטר א' תש"ע,

אילה משיח-יעקבי

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת.
2. משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סך הכל : 105 נקודות.
3. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בשני דפי נוסחאות ובמחשבון.
4. לרשותכם 3 שעות.
5. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
6. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
7. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: \_\_\_\_\_

מספר תשובות שגויות: \_\_\_\_\_

ציון: \_\_\_\_\_

### שאלה 1

4 כדורים (שונים) מחולקים באקראי ל - 3 תאים. ההסתברות כי יש לפחות תא אחד ריק היא:

(א)  $\frac{23}{27}$

(ב)  $\frac{4}{9}$

(ג)  $\frac{16}{27}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 2

מבצעים סדרה של 36 הטלות קובייה הוגנת. חשב את ההסתברות שכל אחת מ - 6 התוצאות האפשריות התקבלה בדיוק 6 פעמים.

(א)  $2.6 \times 10^{-4}$

(ב) 0.167

(ג) 0.187

(ד) אף אחד מהנ"ל.

### שאלה 3

סמדר ותמיד מבצעים כל אחד, באופן בלתי תלוי זו מזה, סדרת הטלות בלתי תלויות של מטבע הוגן. נסמן ע"י  $T_n, S_n$  את מספר ה"ראשים" שהתקבלו ב-  $n$  ההטלות הראשונות של סמדר ותמיד, בהתאמה.

יהיו  $\alpha_n = P(S_n = T_n)$ ,  $\beta_n = P(S_{2n} = n)$  אזי לכל  $n$  מתקיים כי:

(א)  $\alpha_n = \beta_n$

(ב)  $\alpha_n > \beta_n$

(ג) הסדר היחסי של  $\alpha_n$  ו-  $\beta_n$  תלוי ב-  $n$ .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 4

בהמשך לשאלה 3, לפי אי-שוויון צ'בישב, החסם העליון הקטן ביותר להסתברות

הוא:  $P(S_{2n} - T_{2n} \geq n)$

(א)  $\frac{1}{2}$

(ב)  $\frac{1}{2n}$

(ג)  $\frac{1}{n^2}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 5

הצפיפות המשותפת של  $X$  ו- $Y$  נתונה ע"י

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1.5}{\sqrt{x}} & 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

חשבו  $P(2Y < X)$ .

(א) חיובי אך קטן מ- $\frac{1}{2}$ .

(ב)  $\frac{1}{2}$ .

(ג) גדול מ- $\frac{1}{2}$  אך קטן מ- $\frac{3}{5}$ .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 6

בהמשך לשאלה 5, מהו ה- $Cov(X, Y)$ ?

(א) 0.

(ב) חיובי אך קטן מ-1.

(ג) שלילי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 7

יהיו  $X$  ו- $Y$  משתנים מקריים בלתי תלויים ומפולגים אחיד בקטע  $[-3,3]$ . ההסתברות

$$P(X^2 + Y^2 > 9 | XY > 0)$$
 היא בקירוב:

(א) 0.45

(ב) 0.25

(ג) 0.21

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 8

מטילים מטבע הוגן 10 פעמים (תוצאת הטלה H או T). יהי  $X$  מספר המופעים של שלושה H-ים רצופים בסדרת ההטלות. לדוגמה, אם התקבלה הסדרה HHHHHTTHHH אז  $X = 4$ .

התוחלת  $E[X]$  היא:

(א) 1

(ב) 1.5

(ג) 1.25

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 9

בהמשך לשאלה 8, חשב את  $Var[X]$ .

(א) 2.5

(ב)  $\frac{56}{64}$

(ג)  $\frac{55}{32}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 10

חיזורים נוחתים בכדור הארץ בורם פואסוני, כך שבממוצע נוחת חיזור אחד כל 6 חודשים.

יהא  $X_1$  - מספר החיזורים שינחתו ב-6 החודשים הקרובים.

יהא  $X_2$  - מספר החיזורים שינחתו ב-18 החודשים הקרובים.

כיצד מתפלג  $X_1$  בהינתן כי  $X_2 = 4$ .

(א) פואסוני.

(ב) אחיד (בדיד).

(ג) בינומי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 11

חשב את  $Var[X_2 - X_1]$ .

(א) 12.

(ב) 2.

(ג) תלוי במקדם המתאם בין  $X_1$  ל- $X_2$ .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 12

יהי  $X$  משתנה מקרי המפולג נורמלית עם תוחלת 3 וסטיית תקן 0.5. מצא קטע סימטרי סביב התוחלת כך ש-

$X$  נמצא בקטע זה בהסתברות 0.25.

(א) (2.68, 3.32)

(ב) (2.68, 3.32)

(ג) (2.84, 3.16)

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 13

משתנה מקרי  $X$  מפולג  $U(50,100)$ .

משתנה מקרי  $Y$  בהינתן  $X = x$  מפולג פואסונית עם פרמטר  $x$  ( $Poisson(x)$ ).

מהו  $E[Y | X = 70]$ .

(א) 70.

(ב)  $\frac{1}{70}$ .

(ג) 75.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 14

בהמשך לשאלה 13,  $Cov(X, Y)$  הוא:

(א) שווה ל-  $Var(X)$ .

(ב) 0.

(ג) אין מספיק נתונים בשאלה.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

**שאלה 15**

שני סטטיסטיקאים בלתי תלויים, לקחו כל אחד מדגם מקרי פשוט בגודל 100, במטרה להעריך בעזרת ממוצע המדגם את ממוצע מספר שעות הגלישה היומית באינטרנט בקרב ילדי הגן. סטיית התקן של שעות הגלישה היא  $\sigma$ .

יהיו  $\bar{X}_{100}$  ו- $\bar{Y}_{100}$  ממוצעי המדגמים של סטטיסטיקאי 1 ו-2, בהתאמה. (כאשר למשל

$$\bar{X}_{100} = \frac{X_1 + \dots + X_{100}}{100}.$$

מצא בקירוב את ההסתברות  $P\left(|\bar{X}_{100} - \bar{Y}_{100}| < \frac{\sigma}{50}\right)$

א) 0.68

ב) 0.56

ג) 0.11

ד) אף אחד מהנ"ל.

טבלה 1. טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי  $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995