

מספר ת"ז: _____ מספר נבחן: _____

הסתברות וסטטיסטיקה לדו-חוגי

סמסטר א' תשע"א,

אילה משיח-יעקבי

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת.
2. משקל כל שאלה הוא 7 נקודות, סך הכל : 105 נקודות.
3. אין להשתמש בספרים ו/או במחברות. ניתן להשתמש בשני דפי נוסחאות ובמחשבון.
4. לרשותכם 3 שעות.
5. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
6. יש לסמן את התשובות בדפי השאלון ולא במחברת.
7. בהצלחה.

מספר תשובות נכונות: _____ מספר תשובות שגויות: _____

ציון: _____

שאלה 1

בוועידה בינלאומית יש 8 נציגים סביב שולחן עגול: ארה"ב, רוסיה, אנגליה, צרפת, אוסטרליה, סין, יפן והודו. נציג ארה"ב חייב לשבת ליד נציג רוסיה. כל שאר המקומות מקריים. מה ההסתברות כי נציג סין יישב ליד נציג רוסיה או לצד נציג הודו.

(א) $\frac{1}{2}$

(ב) $\frac{7}{15}$

(ג) $\frac{17}{42}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 2

בלוח יש n שורות ו- n טורים (ובסה"כ n^2 משבצות). בוחרים n משבצות באופן מקרי. מה ההסתברות כי תבחר משבצת אחת בכל שורה ואחת בכל עמודה.

(א) $\frac{n}{\binom{n^2}{n}}$

(ב) $\frac{1}{n}$

(ג) $\frac{n!}{\binom{n^2}{n}}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 3

אדם בוחר באופן מקרי לבקר באחת משלוש ערים A, B, C. ההסתברות לגשם ב-A היא $\frac{1}{3}$, לגשם ב-B היא $\frac{1}{4}$ ולגשם ב-C היא $\frac{1}{6}$. חשב את ההסתברות כי ביקר בעיר C בהינתן כי נקלע לגשם.

(א) $\frac{2}{9}$

(ב) $\frac{1}{4}$

(ג) $\frac{1}{18}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 4

מבצעים סדרה של n הטלות בלתי תלויות של מטבע הוגן. יהי X מספר העצים שהתקבלו.

בשימוש באי-שוויון צ'בישב, ה- n המינימלי עבורו מתקיים כי $P\left(\left|\frac{X}{n} - \frac{1}{2}\right| \geq \frac{1}{10}\right) \leq \frac{1}{16}$ הוא:

(א) 400 .

(ב) 20 .

(ג) 200 .

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 5

בהמשך לשאלה 4, ה- n המינימלי עבורו מתקיים בקירוב כי $P\left(\left|\frac{X}{n} - \frac{1}{2}\right| \geq \frac{1}{10}\right) \leq \frac{1}{16}$

לפי משפט הגבול המרכזי הוא:

(א) נמצא בין 85 ל-90.

(ב) גדול מ-100.

(ג) לא ניתן להשתמש במשפט הגבול המרכזי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 6

הצפיפות המשותפת של X ו- Y נתונה ע"י

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} \frac{1}{x} & 0 < y \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases}$$

חשבו $P(X + Y < 1)$.

(א) קטן מ- $\frac{1}{2}$ אך גדול מ- $\frac{1}{4}$.

(ב) $\frac{1}{2}$.

(ג) גדול מ- $\frac{1}{2}$.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 7

בהמשך לשאלה 6, מהו ה- $\rho(X, Y)$?

(א) 0.

(ב) חיובי אך קטן מ-1.

(ג) שלילי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 8

יהיו X ו- Y משתנים מקריים בלתי תלויים ומפולגים אחיד בקטע $[-1, 1]$. ההסתברות

$P(\{|X + Y| < 1\} \cap \{|X - Y| < 1\} \mid XY > 0)$ היא:

(א) 0.5.

(ב) 0.25.

(ג) 0.21.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 9

דון ז'ואן כתב מכתבים ל-20 נשים. מרב בלבול הוא הכניס את המכתבים למעטפות הממוענות באופן

אקראי. נסמן ע"י X את מספר הנשים שקיבלו את המכתב שיועד להן.

התוחלת $E[X]$ היא:

(א) 1.

(ב) 1.5.

(ג) 1.25.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 10

בהמשך לשאלה 9, חשב את $Var[X]$.

(א) 2.5.

(ב) 1.

(ג) 1.7.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 11

יהי X משתנה מקרי פואסוני עם פרמטר $\lambda = 10$.

יהי Z משתנה מקרי בלתי תלוי ב- X עם ההתפלגות $P(Z = 0.9) = 0.2 = 1 - P(Z = 0.6)$.

יהי Y משתנה מקרי נוסף כך ש- $Y | (X = x, Z = z) \sim \text{Bin}(x, z)$.

המשתנה המקרי $Y | Z = 0.9$ מפולג

(א) גיאומטרי.

(ב) פואסוני.

(ג) בינומי.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 12

בהמשך לשאלה 11, חשב את $\text{Var}[Y]$ (כאשר לא נתונה ההנחה כי $Z = 0.9$).

(א) 6.

(ב) 6.6.

(ג) 8.04.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 13

נתונים 2 כדים.

בכד א' 2 כדורים שחורים ו-8 כדורים לבנים.

בכד ב' 7 כדורים שחורים ו-8 כדורים לבנים.

בוחרים באקראי כד, ואז מוציאים ממנו באקראי 2 כדורים עם החזרה.

נסמן ע"י X_i את מספר הכדורים השחורים בהוצאה ה- i (זהו אינדיקטור המקבל את הערכים 1 או 0).

מהו מקדם המתאם בין X_1 ל- X_2 .

(א) 0.0625.

(ב) 0.

(ג) 0.253.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 14

X מפולג פואסונית עם פרמטר $\lambda = 1$. מהו $E(|X - 1|)$

(א) $\frac{2}{e}$

(ב) 0

(ג) $\frac{1}{e}$

(ד) אף אחד מהנ"ל.

שאלה 15

שני חוקרים (אייל וסיגל) רצו לאמוד את תוחלת הזמן, בדקות, שנערות בנות עשרה מקדישות לשיחה בטלפון מדי יום (ניתן להניח שזמן השיחה מתפלג נורמאלית עם סטיית תקן ידועה).

כל אחד מהחוקרים אסף נתונים על 20 נערות שונות.

סיגל קבלה את רווח הסמך: [85.32, 94.68],

אייל קיבל את רווח הסמך: [85.76, 93.24].

איזו מהטענות הבאות נכונה:

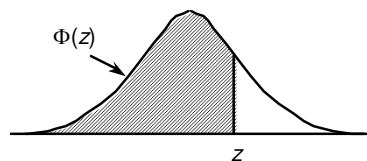
(א) הממוצע המדגמי שקבלה סיגל גבוה יותר מזה של אייל.

(ב) הממוצע המדגמי שקבל אייל גבוה יותר

(ג) אין מספיק נתונים להחליט מי קבל ממוצע מדגמי גבוה יותר.

(ד) אף אחד מהנ"ל.

טבלה 1. טבלת ההתפלגות המצטברת הנורמלית סטנדרטית – ערכי $\Phi(z)$



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	.9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990
3.1	.9990	.9991	.9991	.9991	.9992	.9992	.9992	.9992	.9993	.9993
3.2	.9993	.9993	.9994	.9994	.9994	.9994	.9994	.9995	.9995	.9995
3.3	.9995	.9995	.9995	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9996	.9997
3.4	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9997	.9998

z	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.291	3.891	4.417
$\Phi(z)$	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995