

## מבחן בהסתברות להנדסת ביו-רפואה.

4 ליולי 2014

גלית אשכנזי-גולן ורותם רוזנבלום

מותר להשתמש בשלושה דפים כתובים בשני הצדדים, או שישה עמודים (כתובים בצד אחד), ובמחשבון מדעי.

אנא פתרו את כל השאלה. משקל כל שאלה – 27 נקודות. ניתן לצבור במבחן עד 108 נקודות, אולם הציון המקסימלי הוא 100 ( הציון הסופי של המבחן הוא המינימום בין מספר הנקודות הנצבר ומאה).

בהצלחה!

### שאלה 1:

נתונים 100 כדורים ממוספרים מ-0 עד 99. בוחרים כדור אחד באקראי מתוך 100 הכדורים הנתונים. יהיו  $X$  המספר שעל הכדור הנבחר ו- $N$  מספר הספרות על הכדור הנבחר. א. חשב את  $E[X]$  ואת  $E[N]$ . ב. 1. חשב את התוחלת של  $X$  בהינתן  $N=2$ . 2. חשב את השונות של  $X$  בהינתן  $N=2$ . ג. חשב את  $E[NX]$ . (רמז: התנו בערכו של  $N$ )

### שאלה 2:

פונקציית הצפיפות המשותפת של המשתנים המקריים הרציפים  $X$  ו- $Y$  היא:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} ce^{-x}e^{-2y} & x \geq 0, y \geq 0 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

- א.  $c$  הוא קבוע. מה ערכו?
- ב. מהן הצפיפויות השוליות של  $X$  ושל  $Y$ ? כיצד הם מתפלגים?
- ג. האם  $X$  ו- $Y$  תלויים? הוכיחו.
- ד. חשבו  $P(X < Y)$

### שאלה 3:

בוחרים באקראי, עם החזרה, חמש ספרות מתוך הספרות 1 עד 9.

נסמן ב-  $X$  את מספר הספרות השונות שנבחרו

- א. חשבו את התוחלת של  $X$
- ב. חשבו את השונות של  $X$
- ג. אם ידוע שנבחרו לכל היותר שתי ספרות שונות, מה הסיכוי שנבחרו בדיוק שתי ספרות?
- ד. אם ידוע שנבחרו לכל היותר שתי ספרות שונות, מה הסיכוי שהסיפרה "1" מופיעה במספר?

### שאלה 4:

מספר ההתפרצויות של הר געש בשנה מתפלג התפלגות פואסון עם פרמטר  $\lambda = 3$  בשנה.

- א. נסמן ב-  $X$  את מספר השנים, מתוך עשר השנים האחרונות, בהן הר הגעש התפרץ לפחות פעמיים. מהי ההתפלגות של  $X$ ?
- ב. אם ידוע שערכו של  $X$  גדול מ-1, מה הסיכוי שהוא גדול מ-2?
- ג. ידוע שערכו של  $X$  הוא 3. נסמן ב-  $Y$  את מספר השנים מתוך ארבע השנים הראשונות בהן ההר התפרץ יותר מארבע פעמים. מיצאו את התפלגות  $Y$ .
- ד. אם תושבי הכפר הקרוב להר מקבלים פיצויים של 100 ₪ בשנה שבה יש התפרצות אחת של הר הגעש, ותוספת של 20 ₪ לכל התפרצות נוספת במהלך השנה – מהי תוחלת ושונות גובה הפיצוי השנתי של תושבי ההר?