

פתרון מקורב סדרה N 4/7/14 ספרייה ק"ו רמ"א

אלה 1

$$E(X) = \frac{0+99}{2} \quad \text{א. (התפלגות אחידה)}$$

$$E(N) = \frac{10}{100} \cdot 1 + \frac{90}{100} \cdot 2$$

ה. ההתפלגות המאוחדת היא  $U[10, 99]$

ואם התחילת המאוחדת היא  $\frac{10+99}{2}$

ובהנחה המאוחדת היא  $\frac{(99-10+1)^2-1}{12}$

$$E(NX) = P(N=1) \cdot E(NX|N=1) + P(N=2) \cdot E(NX|N=2) \quad \text{ז.}$$

$$= \frac{10}{100} \cdot 1 \cdot \frac{0+9}{2} + \frac{90}{100} \cdot 2 \cdot \frac{10+99}{2}$$

2 כאלה

כ. כאלה של פונקציות הבלתי פתול 1.

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} c \cdot e^{-x} e^{-2y} dy dx = c \int_0^{\infty} e^{-x} \int_0^{\infty} e^{-2y} dy dx =$$

$$= \frac{c}{2} \int_0^{\infty} e^{-x} \int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-2y} dy dx \stackrel{*}{=} \frac{c}{2} \int_0^{\infty} e^{-x} dx = \frac{c}{2}$$

$$\frac{c}{2} = 1 \implies c = 2$$

\*  $\int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-2y} dy$  כאלה של פונקציות הבלתי פתול  
 ככל הנראה פתול 1.

$$f_x(x) = \int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-x} e^{-2y} dy = e^{-x} \int_0^{\infty} 2 e^{-2y} dy = e^{-x} \cdot 1$$

כאלה של  $x \sim \exp(1)$  (כאלה של  $0 < x < \infty$ )

$$f_y(y) = \int_0^{\infty} 2 \cdot e^{-x} e^{-2y} dx = 2 \cdot e^{-2y} \int_0^{\infty} e^{-x} dx = 2 \cdot e^{-2y}$$

כאלה של  $y \sim \exp(2)$  (כאלה של  $0 < y < \infty$ )

ל. הם כאלה של תנאים כאלה של קאזרה, פונקציות הבלתי פתול  
 כאלה של פונקציות הבלתי פתול

הצורה

כאלה של תנאים מסבך כאלה של תנאים כאלה של תנאים

הכאלה של תנאים מסבך כאלה של תנאים מסבך

$$P(x \leq x, y \leq y) = P(x \leq x) \cdot P(y \leq y)$$

כאלה של תנאים מסבך

$$P(X < Y) \stackrel{(1)}{=} \int_0^{\infty} f_X(x) P(Y > x) dx =$$

$$= \int_0^{\infty} e^{-x} e^{-2x} dx = \frac{1}{3} \int_0^{\infty} 3 \cdot e^{-3x} dx \stackrel{(2)}{=} \frac{1}{-3} \cdot 1 = \frac{1}{3}$$

(1) אם הפונקציות של X ו-Y  
 (2) באינטגרל של  $e^{-ax}$  נלקח  $\frac{1}{-a}$  כגורם  
 מולקולרי בלבד.

© כל הזכויות שמורות  
 פתרונות אלה נכתבו על-ידי שלומי.  
 אין להעתיק אותם או להפיץ אותם  
 מחוץ לאתר של שלומי.

3 חלק

כ.  $X = \sum_{i=1}^9 X_i$  כאשר  $X_i$  הם אירועים לכן שפירו

$$E(X) = E\left(\sum_{i=1}^9 X_i\right) = \sum_{i=1}^9 E(X_i) = 9 \left(1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5\right)$$

\* פירוט:  $\left(\frac{8}{9}\right)^5$  הוא ההסתברות שכל אחד מה-9 האירועים לא יקרה. כלומר, ההסתברות שכל אחד מה-9 האירועים לא יקרה היא  $\left(\frac{8}{9}\right)^5$ .

$$V(X) = V\left(\sum_{i=1}^9 X_i\right) = \sum_{i=1}^9 V(X_i) + \sum_{i,j} \text{Cov}(X_i, X_j)$$

$$V(X_i) = \left(1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5\right) \left(\frac{8}{9}\right)^5 \quad : 1 \leq i \leq 9 \quad \text{לכל}$$

(האמת של אירועים הם הסתברות  $p$  כל  $p, q$ )

$$\text{Cov}(X_i, X_j) = E(X_i \cdot X_j) - E(X_i) \cdot E(X_j)$$

$$E(X_i) = 1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5 \quad : i \quad \text{לכל}$$

$E(X_i \cdot X_j)$  הוא ההסתברות של  $i$  ו- $j$  יחדיו.

$A_i$  - האירוע  $i$  יקרה.

$$E(X_i \cdot X_j) = P(A_i \cap A_j) = 1 - [P(\bar{A}_i) + P(\bar{A}_j) - P(\bar{A}_i \cap \bar{A}_j)] =$$

$$= 1 - \left[\left(\frac{8}{9}\right)^5 + \left(\frac{8}{9}\right)^5 - \left(\frac{7}{9}\right)^5\right] =$$

$$= 1 - \left[\frac{8}{9} + \frac{8}{9} - \frac{7}{9}\right]^5 = 1 + \frac{7}{9} - 2 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^5$$

$$V(X) = 9 \left(1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5\right) \left(\frac{8}{9}\right)^5 + 2 \binom{9}{2} \left[1 + \frac{7}{9} - 2 \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^5 - \left(1 - \left(\frac{8}{9}\right)^5\right)^2\right]$$

$$\begin{aligned}
 p &= \binom{\text{נזחור} \mid \text{נזחור}}{\text{קצ'ק} \quad 2 \mid \text{ס'ס ב'וג} \quad 2} = \frac{P(\text{נזחור קצ'ק})}{P(\text{נזחור קצ'ק}) + P(\text{נזחור ס'ס ב'וג})} = \\
 &= \frac{\binom{9}{2} \left[ \left(\frac{2}{9}\right)^5 - 2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^5 \right]}{9 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^5 + \binom{9}{2} \left[ \left(\frac{2}{9}\right)^5 - 2 \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^5 \right]}
 \end{aligned}$$

(כנ"ן שזחורו שתי"ס, זכ"ק סדחור אונן, זכ"ק סבדוסר  
 אלת פמקוליס שיק אלת חפן נזחורה)

3. אם נזחורה סברה אלת, אז קהססזחור  $\frac{1}{9}$  הסברה 1  
 נזחורה אם נזחורו שתי סברות, אז סס"ב'  $\frac{2}{9}$ ,  
 קסברה 1 נזחורה, סן הס"ב' פטל

$$(1-p) \cdot \frac{1}{9} + p \cdot \frac{2}{9}$$

כאשר  $p$  הוא סס"ב' הסברות.

4 אילוף

א. דגים שנה הסגרו פטל  
 $p = 1 - e^{-3} - 3 \cdot e^{-3}$

ב. קטנים דלתת תמו קטנים קטלוח  
 פק הפיתבולת פטל  

$$P(X > 2 | X > 1) = \frac{P(X > 2, X > 1)}{P(X > 1)} = \frac{P(X > 2)}{P(X > 1)}$$

$$= \frac{1 - (1-p)^{10} - \binom{10}{1}(1-p)^9 p}{1 - (1-p)^{10} - \binom{10}{1}(1-p)^9 p - \binom{10}{2}(1-p)^8 p^2}$$

ג. קטלוח מספר ההתבולות קטנה מתבולת  
 $-2$  מספר הפתולת פטל  
 $4$  הפתולת מתבולת  
 $p = \frac{P(W > 4)}{P(W > 1)}$

ד. קטלוח קטלוח ערכו של Z מספר הפתולת פתולת  
 $4$  הפתולת פתולת מתבולת הפתולת פתולת  

$$P(Y=k) = \sum_{Z=k}^3 P(Z=2) P(Y=k | Z=2)$$

$$P(Y=2) = P(Z=2) \cdot \frac{\binom{4}{2} \binom{10-4}{0}}{\binom{10}{2}} + P(Z=3) \cdot \frac{\binom{4}{2} \binom{10-4}{1}}{\binom{10}{3}}$$

פיתולת 3 קטלוח פטל

