

**הסתברות לדו-חוגי**  
מועד א, פברואר 2006  
אהוד לרר

1. ענו על 15 השאלות הבאות. יש לסמן רק תשובה אחת. משקל כל אחת הוא 7; סך הכל: 105 נקודות.
2. אין להשתמש בספרים או במחברות. ניתן להשתמש בדף נוסחאות ובמחשבון.
3. לרשותכם 3 שעות.
4. את כל החישובים יש לבצע במחברת.
5. בהצלחה.

ציון: \_\_\_\_\_

1. איזה מהטענות נכונה לגבי התפלגות נורמלית של משתנים מקריים  $(X, Y)$  ?

א. יתכן שבכל  $x$  מתקיים  $\lim_{y \rightarrow +\infty} F_{X,Y}(x,y) = 1$

ב. לכל  $x$  מתקיים  $\lim_{y \rightarrow -\infty} F_{X,Y}(x,y) = 0$

ג. רק לכל יתכן שבכל  $x$  מתקיים  $\lim_{y \rightarrow +\infty} F_{X,Y}(x,y) = 1$

ד. עבור כל  $x$  קיים  $y$  כך  $F_{X,Y}(x,y) = 0.5$

3. לכל קיימים  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  כך  $x_1 \neq x_2$ ,  $y_1 \neq y_2$

כך  $F_{X,Y}(x_1, y_1) = F_{X,Y}(x_2, y_2)$

ה. אף אחד מהנ"ל.

2. יפ"ו  $X_i$   $1 \leq i \leq 7$  משתני  $B(\frac{1}{2})$ , כך שקבוצת המשתנים  $X_1, X_2, X_3$  הם זוגות תלויים גורמים, אין ביניהם נוספות עם  $X_4, X_5, X_6, X_7$ , עם הקשרים גורמים לבין עצמם וגורמים לבין  $X_1, X_2, X_3$ . יפ"ו  $S_7 = \sum_{i=1}^7 X_i$  - א - פיצוק הפזזים היות ש"כוס שקדם  $\text{Var}(S_7)$ . א"ו

א.  $1.5 \leq a \leq 2.5$

ב.  $2.5 < a \leq 4$

ג.  $4 < a \leq 6.5$

ד.  $a > 6.5$

ה. אף אחד מהנ"ל.

3. יפ"ו  $X, Y$  משתנים מקריים לר"ת תלויים שוו" פתב"את כק  
 $X \sim U(0, 1)$  e

א.  $X+Y$  מתפלג אח"כ.

ב.  $P(X+Y < 1) < 0.5$  ?

ג. מתקיים  $E\left(\frac{1}{X+Y}\right) = \infty$  ?

ד. מתקיים  $E\left(\frac{1}{X+Y}\right) < \infty$  אק קב"נתן  $(X+Y < 1)$  ?

ה. מתקיים  $E\left(\frac{1}{X+Y}\right) = \infty$  ?

ו. אף ע"א אח"כ מ"נ"ם.

4. יפ"ו  $X$  משתנה מקרי במתקיים  $P(X \geq 0) = 1$  ג"ע תח"ת  
 1 במתקיים  $P(X=10) = 0.05$  חס"א ע"ש"ן ע"ב"ת"ת

בו"א :  $P(X \geq 2)$  כ"נ"ם  
 $E(X) \geq P(X=10) \cdot 10 + \dots$

א.  $\frac{1}{4}$

ב.  $\frac{1}{5}$  ?

ג.  $\frac{1}{2}$  ?

ד.  $\frac{3}{10}$  ?

ה. אף ע"א אח"כ מ"נ"ם.

5. מקצעים את הנסיון הבא: מטילים קובייה קודם פזנת.  $X=1$  קוחים לאון  
 'ב' נ"מ  $X$  - העצם שהתקדם, אם  $X=1$  קוחים לאון  
 מקרי (קתבנות אחיבה) מסע של  $Y$  קין 1 ו' .  
 התחלת של  $Y$  ביא:

א.  $\frac{5}{2}$

ב.  $\frac{7}{4}$

ג.  $\frac{9}{4}$

ד.  $\frac{7}{3}$

ה. אם לא אחז מנ"מ.

6. קבועי אפס בקוצנת, התחלת במועב  $(X|Y=4) \in$  פא

א.  $4\frac{5}{27}$

ב.  $3\frac{1}{2}$

ג.  $4\frac{32}{37}$

ד. 5

ה. אם לא אחז מנ"מ.

7. יפ'י  $X$  משגרה מקרי דגם בוקרצ'ר יוצרת מוחט'ים  
 $P(X=2) = \frac{5}{32}$  אל  $(0.5 \cdot e^t + 0.5)^5 \cdot e^{2t}$   
 (כחט:  $X$  הוא סכום של משגרים מקריים לטת תלויים, איסו משגרים?)

א. 0

ב.  $\frac{1}{32}$

ג.  $\frac{5}{32}$

ד.  $\frac{5}{16}$

ה. אף לא אחז מפת"ם.

8. מטיל'ים קודר פוגנת 5 פטלות דלתי תלוי'ת.  
 יפ'י  $X$  מסר פטל'ת 1 או 2. יפ'י  $Y$  מסר פטל'ת  
 2 או 3.  
 מהו מקצם פחט'ם בין  $X$  ו  $Y$ ?

א. 0

ב.  $\frac{1}{4}$

ג.  $\frac{1}{3}$

ד. מקצם פחט'ם של'י.

ה. אף לא אחז מפת"ם.

9. יפ"ו  $X; i < \infty$  סדרת משתנים מקריים שנוי פתירות  
 נסתכל על הפסקות  $e; X > X_7$  עבור  $k \neq 7$ .

א. הפסקות זאת שווה לאבס.

ב. יתכן שהפסקות זאת לבוא מאבס אך היא דלם מקרה  
 אינה שווה  $\frac{1}{2}$ .

ג. יתכן שהפסקות זאת שווה  $\frac{1}{2}$  אך היא אינה לבוא  
 $\frac{1}{2}$ .

ד. יתכן שהפסקות זאת שווה לערך לבוא  $\frac{1}{2}$ .

ה. אף לא אחד מהם.

10. יפ"ו  $(1) \exp X$ . יפ"ו  $Y = \lfloor LX \rfloor + 1$  כאשר  $\lfloor a \rfloor$  הוא  
 החלק השלם של  $a$ . יפ"ו  $Z = X - \lfloor X \rfloor$ .

א.  $Y$  מתפלג גאומטרי.

ב. הפונקטור של  $Z$  היא  $\frac{1}{2}$ .

ג. הפונקטור של  $Z$  לבוא  $\frac{1}{2}$ .

ד. הפונקטור של  $Y$  היא 2.

ה. אף לא אחד מהם.

11. יפול  $X$  על משתנים מקריים דלתי תלויים שוני התפלגות.

$$F_X(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & 0 \leq x < 1 \\ 0.7 & 1 \leq x < 8 \\ \frac{x}{10} & 8 \leq x < 9 \\ 0.9 & 9 \leq x < 10 \\ 1 & 10 \leq x \end{cases}$$

נפח  $P(X=k)$  ?

א. 0.3

ב. 0

ג. 0.4

ד. 0.16

ה. אף לא אחד מהנ"ל.

12. ח"מ ומשך נצקרו לעיני כולם אולם משך המשך המשך

אולם בין 8 ל-9 האם דלתי תלוי דאחר  
 בהסתברות שכל מחכה לעל חצי שעה ואם עז אט  
 לא משך האחר, אט הוא עוצ.

קפ"תן שפם נגשו, מה פהסתיות שהסתן ח"כ  
 לא יותר מרגע שעה?

א.  $\frac{3}{4}$

ב.  $\frac{7}{8}$

ג.  $\frac{1}{2}$

ד.  $\frac{5}{8}$

ה. אף לא אחד מהנ"ל.

13. יפ"ן  $X_i$   $1 \leq i < \infty$  משתנים זהות תלויים זהותי הפתולות  
 $S_{2n} = \sum_{j=1}^{2n} X_j$  יפ"ן  $B\left(\frac{1}{2}\right)$ .

הסתות כולו  $n$  שלם לולולת של  $P\left(\frac{1}{n} < S_{2n} < \frac{1}{3}\right)$   
 כול

א. לל ק"ס

ב. 0

ג. בק"ול 0.16

ד. בק"ול 0.02

ה. לל לול לולולת.

14.  $X, Y$  שני משתנים שוו הפתולות ג"לולולת עם בולולת  $\left(\frac{1}{2}\right)$   
 $X \sim G\left(\frac{1}{2}\right)$  הפתולות  $P(X > 2)$  יפ"ן

א.  $\frac{1}{4}$

ב.  $\frac{1}{3}$

ג.  $\frac{1}{6}$

ד.  $\frac{1}{7}$

ה. לל לול לולולת.



15. חיים ומשה מקימים סוכת משקים. קיבל משק יש מנצח אחד  
מגרפה. קבל משק חיים מנצח בסכוי  $\frac{2}{3}$  קאובן דלתי תלוי  
קמשקים פאמלים.

ביאקן שמנצח קשני משקים רבובים זוכה קסוכה.  
מה סכוי של חיים סככות קסוכה ?

א.  $\frac{7}{9}$

ב.  $\frac{2}{3}$

ג.  $\frac{6}{7}$

ד.  $\frac{16}{21}$

ה. אף אלא אחד מפרם.

---

טבלה 1: טבלת התפלגות נורמלית סטנדרטית. (השטח מ- $-\infty$  עד  $x$ ).

$x$	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.7618	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.8028	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.8773	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.9037	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.9302	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.9456	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.9582	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.9675	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.9749	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.9807	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.9852	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9887	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9915	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9936	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9952	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9965	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9974	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9981	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9986	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9990	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9993	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9995	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9997	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9998	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9998	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9999	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9999	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	1.0000	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	1.0000	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	1.0000	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	1.0000	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	1.0000	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	1.0000	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998

$x$	0.842	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	3.090	3.290	3.891	4.414
$\Phi(x)$	0.8	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	0.99995	0.999995
$2[1-\Phi(x)]$	0.4	0.2	0.1	0.05	0.02	0.01	0.002	0.001	0.0001	0.00001