

מועד ב', סמסטר ב', תשס"ז,  
תאריך הבחינה: 19.10.07  
משך הבחינה: 3 שעות

אוניברסיטת תל אביב  
הפקולטה למדעים מדוייקים  
בית הספר לפיזיקה

**הסתברות וסטטיסטיקה לפיזיקאים**

דר. ענת סאקוב

תעודת זהות: \_\_\_\_\_

לשימוש הבודקים:

1

2

3

4

סה"כ

### הסתברות וסטטיסטיקה לפיזיקאים

דר. ענת סאקוב

הנחיות כלליות:

- הנכם יכולים להשתמש ב:
  - בארבעה דפי סיכום.
  - מחשבון.
  - טבלאות של התפלגות נורמלית והתפלגות חי בריבוע.
- בבחינה ארבע שאלות. עליכם לענות על כולן במקום המצורף בטופס.
- מספר הנקודות שינתן עבור תשובה מלאה רשום ליד כל שאלה (הסכום המקסימאלי הוא 105, אך הציון המקסימאלי הוא 100).
- מצורפת מחברת בחינות שיכולה לשמש אתכם כטיוטה. המחברת תוחזר, אך לא תיבדק.
- פתרון לא מנומק לא יזכה בנקודות.

בהצלחה !

שאלה 1 (23 נקודות: סעיף א' – 5 נקודות; השאר – 6 נקודות):



מגרילים באקראי נקודה מהטבעת השחורה: מרכז שני העיגולים הוא ב-  $(0,0)$ , לעיגול הקטן רדיוס של 5 ס"מ, ולגדול רדיוס של 10 ס"מ.

א. מהי הצפיפות המשותפת ?

ב. מה הסיכוי שמתוך 20 נקודות שנבחרות באקראי, 2 בדיוק יקיימו  $X + Y > 10$  ?

ג. האם  $X$  ו- $Y$  בלתי-תלויים או תלויים? נמקו.

ד. נבחר עשר נקודות באקראי מהטבעת. מה הסיכוי שמרביע כלשהו לא תיבחר אף נקודה?

**שאלה 2 (23 נקודות: סעיף ד' 5 נקודות; השאר – 6 נקודות):**

בכדי להעריך נפח תנועה בכביש מסויים, מונח כבל שמונה את המכוניות. הכבל מונח במשך 150 ימים (נפחי התנועה בימים שונים ב"ת). התוחלת היא 180 מכוניות לשעה בין השעות 6 – 10 בבוקר ו- 15 – 19. בשאר היממה התוחלת היא 60 מכוניות לשעה. אין תלות בין מספר המכוניות בשעות שונות.

א. יהי  $X_i$  מספר המכוניות הכולל ביום ה- $i$ . מהן התוחלת וסטיית התקן של  $X_i$ ? באיזה מודל הנכם משתמשים ומדוע?

ב. מה הסיכוי שמספר המכוניות הממוצע ביום (ממוצע על פני 150 הימים) קטן מ- 2412?

ג. מה הסיכוי, שבשעות העומס, מכונית תעבור את הכבל יותר מחצי דקה לאחר המכונית הקודמת ?

ד. בבוקר מסוים עברו 125 מכוניות בין השעות 10-12. מה הסיכוי שבין השעות 11-13 תעבור אותה כמות של מכוניות ? פשטו כמה שניתן, אבל אין צורך להגיע למספר.

**שאלה 3 (24 נקודות – כל סעיף 6 נקודות):**

רוכב אופניים יוצא בכל בוקר בשעה 8:00. הוא רוכב 45 ק"מ, עושה הפסקה של חצי שעה, ואז רוכב 30 ק"מ נוספים. בכל בוקר הוא בוחר את הזמן  $X$  בו יעבור את 45 הק"מ הראשונים, כאשר  $X$  מתפלג אחיד על  $(1.5, 2)$ . את 30 ק"מ הבאים הוא עובר בזמן  $Y$  שהוא בוחר מההתפלגות האחידה על  $(1, 1.5)$ .  $X$  ו- $Y$  בלתי-תלויים. (הערה: המהירות בכל קטע היא קבועה כל יום, אך משתנה מיום ליום).

א. יהי  $T$  זמן ההגעה ליעד. מהי התוחלת של  $T$  ?

ב. מה הסיכוי שביום מסוים יגיע לפני השעה 11:15 ?

ג. מהי תוחלת המהירות ב- 45 הק"מ הראשונים ? (בכל יום נוסע במהירות אחרת כדי להגיע בזמן המתוכנן. המהירות בכל יום קבועה אבל משתנה בין ימים).

ד. מה הסיכוי שהמהירות בחלק השני תהיה גדולה מהמהירות בחלק הראשון ?



**שאלה 4 (35 נקודות: סעיף ו' – 5 נקודות; שאר הסעיפים – 6 נקודות):**

להלן חוקי משחק: במיכל 30 כדורים שחורים ועליהם המספרים 1-30, ו-20 כדורים לבנים ועליהם המספרים 1-20. בכדי לשחק, משתתף צריך לבחור צבע ומספר ולשלם 5 ₪. לאחר מכן, כדור נבחר באקראי. אם המשתתף צדק לגבי הצבע בלבד יקבל חזרה 1 ₪; אם צדק לגבי המספר בלבד יקבל חזרה 4 ₪; אם צדק לגבי שניהם יקבל חזרה 10 ₪. גיא מחליט לנחש תמיד צבע לבן ומספר 20.

א. מהי הסיכוי שגיא יקבל חלק מכספו בחזרה ?

ב. מה התפלגות הרווח הנקי של גיא במשחק בודד ?

ג. מהן תוחלת וסטיית התקן של הרווח הנקי של גיא ב- 20 משחקים ?

ד. יהי  $X$  משתנה מציין שגיא יצדק בצבע במשחק בודד ו-  $Y$  משתנה מציין שיצדק במספר במשחק בודד. האם  $X$  ו-  $Y$  תלויים או בלתי תלויים ?

ה. מהו מקדם המתאם בין  $X$  ו-  $Y$  ?

ו. גיא רוצה לבדוק אם אכן קיימת בחירה מקרית של הכדורים. לצורך פשטות הוא מחליט לספור כמה פעמים יתקבלו כדורים שחורים עם המספרים 21 – 30 ב- 150 משחקים. גיא סופר 50 פעמים בהם התקבלו כדורים שחורים עם המספרים 21 - 30. נסחו השערות ובדקו ברמת מובהקות של 5%.