

מבחן בתורת הגרפים

סמסטר ב' תשס"ח, מועד א'

תאריך: 21.7.2008

מרצה: נוגה אלון

משך הבחינה: 3 שעות. אין להשתמש בכל חומר עזר.
במבחן 6 שאלות, יש לענות על כולן. תשובות נכונות ומלאות על 5 מהשאלות יזכו
אותך ב- 90 נקודות, ותשובות נכונות על כל 6 השאלות ב- 100 נקודות.
התשובה לכל שאלה מורכבת משני חלקים, שעל כל אחד מהם להופיע במסגרת
המתאימה. יש להשתדל לקצר בהסברים, ולא לחרוג מן המסגרות שהוקצו להם.
מחברת הבחינה משמשת כטיוטא בלבד, ולפיכך יש להקפיד ולרשום את מספר
הסטודנט/ית על טופס הבחינה. וודא/י היטב את תשובתך לפני כתיבתה בטופס
המבחן. בסוף הטופס מצורף זוג מסגרות נוסף, לשימוש במקרי "חירום". התשובה
לכל שאלה חייבת להיות מלווה בהסבר מתאים.

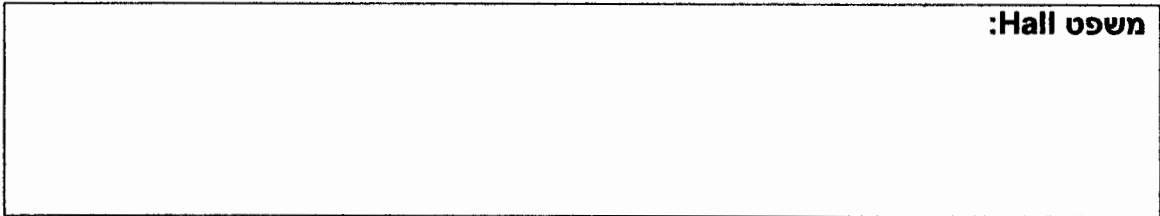
בהצלחה!

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

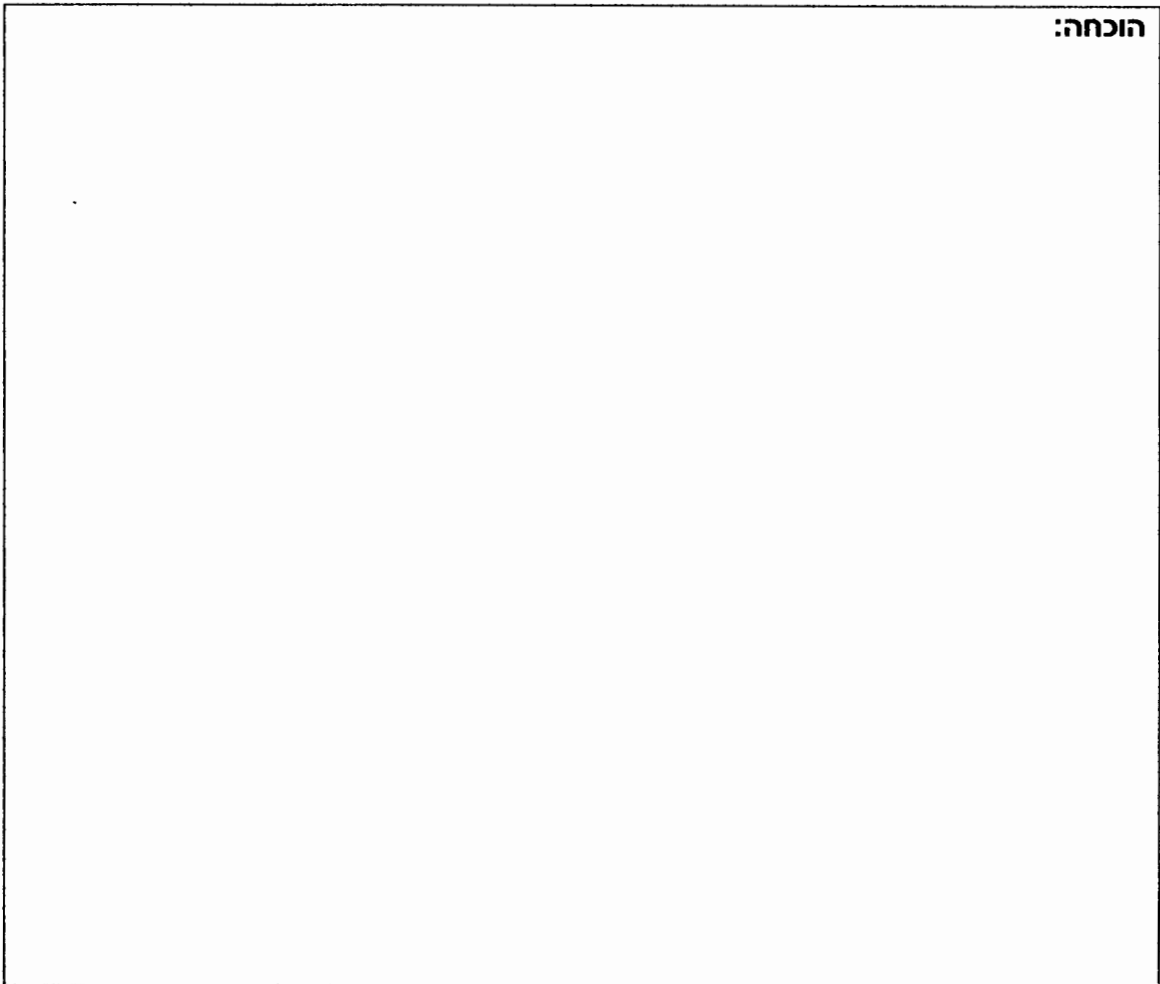
שאלה 1

נסחי והוכחי את משפט Hall:

משפט Hall:



הוכחה:



שאלה 2

יהא n שלם ונסמן $k = n(n-1)/12$, $p = n(n-1)/10$. יהיו H_1, H_2, \dots, H_k תת גרפים זרי קשתות בזוגות של הגרף השלם K_n , כשכל H_i איזומורפי למעגל באורך 6 ויהיו G_1, G_2, \dots, G_p תת גרפים זרי קשתות בזוגות של אותו גרף שלם, כשכל G_j איזומורפי למעגל באורך 5. האם יש בהכרח אוסף של k קשתות של K_n שמכיל קשת אחת בדיוק מכל H_i ולכל היותר קשת אחת מכל G_j ? הוכחי או תארי דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 3

האם לכל גרף פשוט עם דרגה מירבית 4 יש צביעת קשתות (לאו דווקא חוקית) בשני צבעים ללא משולש מונוכרומטי? הוכחי/י או תארי/י דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 4

האם כל גרף פשוט בעל $2n \geq 4$ צמתים ודרגה מינימלית $n+1$ מכיל תת גרף פורש 3-רגולרי. הוכחי או תארי דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 5

יהא $G=(V,E_1 \cup E_2 \cup E_3)$ גרף פשוט כאשר (V,E_1) גרף מישורי, (V,E_2) ψ -ו- (V,E_3) מעגל המילטון. האם יתכן כי $\chi(G)=11$? הוכחי או תארי דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

שאלה 6

יהא G גרף פשוט בעל 100 צמתים ו- 449 קשתות. האם G מכיל בהכרח קבוצה בלתי תלויה בת 11 צמתים? הוכח/י או תאר דוגמא נגדית.

תשובה (כן/לא):

הסבר:

ת.ז.: _____ מס' מחברת: _____

לשימוש במקרה "חירום":

תשובה לשאלה: _____

תשובה:	
הסבר:	

תשובה לשאלה: _____

תשובה:	
הסבר:	

בהצלחה!