אוניברסיטת תל-אביב

מועד ב', סמסטר א' תשנ"ח
6.09.1998

בחינה באלגברה ב'א
~~מיכאל~~ בורובוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.
משך הבחינה: שלוש שעות.
ענה על 4 שאלות.

1. נסח והוכח את משפט האיזומורפיזם הראשון.

2. הוכח את המשפט: תהי G חבורה ציקלית סופית מסדר n, $G = \langle a \rangle$. תהי $H < G$. אז H היא ציקלית, $H = \langle a^r \rangle$, כאשר r הוא המספר הטבעי הקטן ביותר כך ש- $a^r \in H$.

3. הוכח כי חבורה מסדר 675 אינה פשוטה.

4. הראה כי חבורה מסדר 99 היא אבלית.

5. הוכח כי לכל תת-חבורת 2-סילו של S_4 יש תת-חבורה לא ציקלית מסדר 4.

בהצלחה!

אוניברסיטת תל-אביב

מועד א', סמסטר א' תשנ"ח
9.02.1998

בחינה באלגברה ב' 1
פרופ' מיכאל בורובוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.
משך הבחינה: שלוש שעות.
ענה על 4 שאלות.

1. נסח והוכח את משפט האיזומורפיזם השלישי.

2. (א) הוכח כי אם G חבורה סופית ו- $a_1,\dots,a_n$ הם נציגים של כל מחלקות הצמידות שאינן שייכות למרכז, אז

$$|G| = |Z(G)| + \sum_{i=1}^{n} \frac{|G|}{|C_G(a_i)|}$$

(ב) הוכח כי המרכז של חבורת-p לא טריביאלית אינו טריביאלי.

3. הוכח כי כל חבורה מסדר 35 היא ציקלית.

4. הוכח כי כל חבורה מסדר $3^3 \cdot 7^2$ היא פתירה.

5. הוכח כי A_n עבור $n \geq 5$ היא נוצרת על-ידי התמורות מהצורה $(ab)(cd)$, כאשר a,b,c,d הם מספרים שונים.

6. (א) הוכח כי אם H היא תת-חבורה של G בעלת אינדקס n ב-G ואין ב-H תת-חבורה פרט ל-$\{1\}$ אשר נורמלית ב-G, אז G היא איזומורפית לתת-חבורה של S_n.
(ב) הוכח כי ל-A_6 אין תת-חבורות בעלות אינדקס $2,3,5$ ב-A_6.

בהצלחה!

אוניברסיטת תל-אביב

מועד א', סמסטר ב' תשנ"ו
26.06.1996

בחינה באלגברה ב' 1
פרופ' מיכאל בורובוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו
משך הבחינה: שלוש שעות
ענה על 4 שאלות

1. נסח והוכח את משפט האיזומורפיזם הראשון.

2. הוכח את המשפט: תת-תבורה של תבורה נילפוטנטית היא נילפוטנטית.

3. הראה, שתבורה מסדר 1700 אינה פשוטה.

4. תהי G תבורה מסדר 105. הוכח, ש- G פתירה.

5. (א) הוכח, שאם $n \geq 5$, אז התבורה A_n נוצרת ע"י מחזורים באורך 3.
(ב) הוכח, ש- $A_n = [S_n, S_n]$.

6. הוכח, שכל תבורה מסדר 15 היא ציקלית.

בהצלחה!

אוניברסיטת תל-אביב

מועד ב', סמסטרים א', ב' תשנ"ו
8.09.1996

בחינה באלגברה ב' 1
פרופ' מיכאל בורובוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.
משך הבחינה: שלוש שעות.
ענה על 4 שאלות.

1. נסח והוכח את משפט האיזומורפיזם השני.

2. הוכח את המשפט: כל חבורת-p היא פתירה.

3. הראה, שכל חבורה מסדר 1001 היא ציקלית.

4. הראה, שלכל תת-חבורה מסדר 8 ב-S_4 יש תת-חבורה איזומורפית ל- $\mathbb{Z}_2 \oplus \mathbb{Z}_2$.

5. תהי N תת-חבורה נורמלית ב- A_n ($n \geq 5$),המכילה מכפלה של שני חילופים זרים. הראה, ש- $N = A_n$.

6. הוכח, שכל חבורה מסדר 169 היא אבלית.

בהצלחה!

אוניברסיטת תל-אביב

מועד ב', סמסטר ב' תשנ"ז
7.09.1997

בחינה באלגברה ב' 1
פרופ' מיכאל בורובוי

אין להשתמש בחומר עזר כלשהו.
משך הבחינה: שלוש שעות.
ענה על 4 שאלות.

1. נסח והוכח את משפט ההתאמה.

2. הוכח את המשפט: כל תת-חבורה של חבורה פתירה היא פתירה.

3. הוכח כי כל חבורה מסדר 1225 היא (א) מכפלה ישרה של שתי תת-חבורות סילו, (ב) אבלית

4. (א) תהי $H < S_n$, $n \geq 5$, $\{1\} \neq H \neq S_n$. הוכח כי $H = A_n$.
(ב) מה ניתן לומר על הטענה הקודמת כאשר $n = 3$ וכאשר $n = 4$?

5. הוכח כי אם G חבורה סופית, $A, B < G$, כך ש- $A \cap B = \{1\}$, אזי $|AB| = |A| \cdot |B|$.

6. תהי N תת-חבורה נורמלית של חבורה $G = G_1 G_2 \cdots G_n$. נניח כי $G_i \lhd G$ ו- $N \cap G_i = \{1\}$ עבור $i = 1, \ldots, n$. הוכח כי $N \subset Z(G)$.

בהצלחה!

סמסטר א' - תשנ"ו
מועד א
5.02.1996

אוניברסיטת ת"א

בחינה באלגברה ב' 1
פרופ' מ. ברובוי

אין להשתמש בכל חומר עזר
משך הבחינה: 3 שעות
ענה על 4 שאלות

1. נסח והוכח את משפט קיילי (Cayley).

2. הוכח כי המרכז של חבורת-p לא טריביאלית אינו טריביאלי.

3. הוכח כי חבורה מסדר 700 אינה פשוטה.

4. תהי G חבורה מסדר pq, $p \neq q$. הוכח ש- G פתירה.

5. א. הוכח שאם $G/Z(G)$ ציקלית אז G אבלית.
ב. נניח ש $|G|=195$ ו- $1 \neq Z(G) \neq G$. הוכח ש $Z(G) \simeq \mathbb{Z}_5$.

6. תהי G חבורה מסדר אי-זוגי, $H<G$ כך ש- $[G:H]=3$.
הוכח שאם $g \in G$ כך ש- $g^2 \in H$, אז $g \in H$.

בהצלחה!