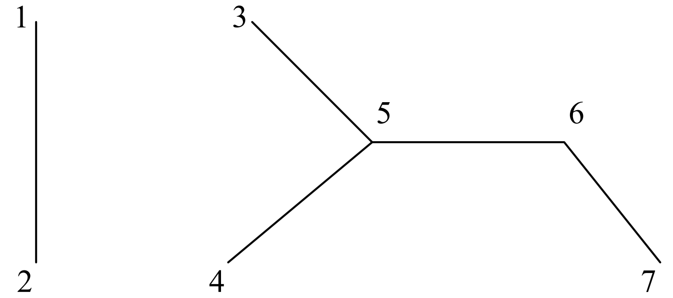
מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 1

שאלה 1

נתון גרף בעל קבוצת הצמתים $\{1,2,3,4,5,6,7\}$.



טליה מבצעת הילוך מקרי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ על צמתי הגרף. X_{n+1} נבחר באקראי ובסיכוי שווה מבין הצמתים השכנים ל X_n. מצאו את מטריצת המעבר של שרשרת מרקוב זו ומיינו את מצביה.

שאלה 2

נתונה שרשרת מרקוב בעלת מרחב המצבים $\{1,2,\cdots,8\}$ ומטריצת מעבר

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	0.3	0	0.7	0	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0.5	0	0.5	0	0	0	0
5	0	0	0	0	1	0	0	0
6	0.5	0	0	0	0	0	0.5	0
7	0	0	0	0	0	0	0.4	0.6
8	0	0	0	0	0	0	0.4	0.6

מיינו מצבי השרשרת (למצבים חולפים ונשנים ולמחלקות קשירות של נשנים).

המשך מעבר לדף

<u>שאלה 3</u>

נתונה שרשרת מרקוב $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ על קבוצת המצבים $\{1,2,3\}$ בעלת מטריצת מעבר

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.2 & 0.5 & 0.3 \\ 0.3 & 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$$

נגדיר תהליך

$$Y_n = \begin{cases} a & X_n \in \{1,2\} \\ b & X_n = 3 \end{cases}$$

האם התהליך $\{Y_n\}_{n=1}^{\infty}$ הוא שרשרת מרקוב הומוגנית על מרחב המצבים $\{a,b\}$?

<u>שאלה 4</u>

תהי $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ שרשרת מרקוב של הילוך מקרי על כל השלמים, בו בכל שלב הולכים יחידה אחת ימינה בסיכוי 0.9 והולכים יחידה אחת שמאלה בסיכוי 0.1 . נניח שמתקיים $X_0 = 0$.

נגדיר סדרת משתנים $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ כך שלכל n , $Y_n = |X_n|$.

עבור a ממשי קבוע, נגדיר סדרות משתנים $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$ ו $\{W_n\}_{n=0}^{\infty}$ כך שלכל n , $Z_n = |X_n - a|$ ו $W_n = \max\{Y_n, Z_n\}$.

כך למשל, אם $a=1$ אז אם $X_n = -7$ אז $Y_n = |-7| = 7$, $Z_n = |-7-1| = 8$, $W_n = \max\{7,8\} = 8$

עבור אילו ערכים מבין הערכים $a = 0.4$, $a = 2$, $a = 1$, W_n היא שרשרת מרקוב הומוגנית ?

עבור כל ערך שהוא לא שרשרת מרקוב הומוגנית, יש לציין אם הוא אינו מרקובי או רק לא הומוגני בזמן.
