

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 10

שאלה 1

נתונה שרשרת מרקוב בזמן רציף על השלמים. כאשר נמצאים במצב i : $-\infty < i < +\infty$ אז שוהים בו זמן המתפלג $\exp(1)$ ואז עושים צעד אחד ימינה בסיכוי 0.7 ועושים צעד אחד שמאלה בסיכוי 0.3. מיינו את מצבי השרשרת.

שאלה 2

נתון תהליך פואסון עם קצב λ .

- א. מצאו את היוצר האינפניטיסימלי של התהליך.
 - ב. מצאו מערכת אינסופית לחישוב וקטור הסתברויות סטציונרי.
 - ג. הראו שאין אף לא וקטור סטציונרי שפותר את המערכת.
-

שאלה 3

נתונה שרשרת מרקוב בזמן רציף בעלת מרחב מצבים $\{1,2,3\}$ ובעלת יוצר אינפניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 3 \\ 4 & 1 & -5 \end{pmatrix}$$

- א. מצאו וקטור הסתברויות סטציונרי.
 - ב. בחרו מצב i , $1 \leq i \leq 3$ ועבור מצב זה, חשבו את $P_{i,i}(t)$ עבור כל t קבוע. (רמז: יש מצב שבחירתו תקל מאוד על החישובים.)
 - ג. הראו שתשובתכם בסעיף ב' לא סותרת את תשובתכם בסעיף א'.
-

שאלה 4

נמקו רק בהסתמך על ההנחות של תהליך פואסון והקשרים שלו להתפלגות מעריכית, מדוע סכום של שני משתנים מקריים מעריכיים אינו מתפלג מעריכית.
הערה: ניתן לחשב את צפיפות הסכום ואת התפלגותו בשיטות רגילות של חישוב התפלגות סכום. אבל, זה לא מה שאני רוצה שתעשו כאן.
