

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 2

שאלה 1

א. האם קיימת סדרת משתנים מקריים ב"ת שווי התפלגות X_1, X_2, X_3, \dots כך שבהסתברות חיובית לא יתרחש אף מאורע $A_n = (X_n = 7)$?

ב. האם קיימת סדרת משתנים מקריים ב"ת שווי התפלגות X_1, X_2, X_3, \dots כך שבהסתברות חיובית יתרחשו בדיוק 8 מאורעות $A_n = (X_n = 7)$?

ג. האם קיימת סדרת משתנים מקריים ב"ת שווי התפלגות X_1, X_2, X_3, \dots כך שבהסתברות חיובית יתרחשו אינסוף מאורעות $A_n = (X_n = 7)$?

שאלה 2

בשורה אינסופית רשומים כל המספרים הטבעיים לפי בסיס 2 ($1, 10, 11, 100, 101, 110, \dots$). מוחקים כל ספרה בהסתברות p באופן בלתי תלוי בספרות אחרות. מספר נקרא מחוק אם כל ספרותיו מחוקות. האם יש אינסוף מספרים מחוקים ? האם יש אינסוף מספרים שאינם מחוקים ?

שאלה 3

נתונה שרשרת מרקוב של הילוך מקרי על הישר שבו בכל יחידת זמן הולכים ימינה צעד אחד בסיכוי 0.8 והולכים צעד אחד שמאלה בסיכוי 0.2. הראו בהסתמך על הלמה של בורל קנטלי שאינסוף פעמים נבקר באותו מצב פעמיים תוך שני צעדים.

שאלה 4

קראו את הפתרון הקצר לשאלה 3 מתרגיל 1 וענו על הסעיפים הבאים:

א. האם היה ניתן לשאול את אותה שאלה ולקבל את אותה תשובה חיובית בהתייחס למטריצה 3×3 שכל אבריה חיובים ממש ושרק זוג אחד מתשעת אבריה הוא זהה וכל יתר אברי המטריצה הם שונים כל אחד מכל האחרים ?

ב. האם היה ניתן לשאול את אותה שאלה ולקבל את אותה תשובה חיובית בהתייחס למטריצה 3×3 שכל אבריה הם חיובים ממש ושכולם שונים אחד מהשני ?
