

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 9

שאלה 1

נתונים שלושה יוצרים אינפיניטיסימלים של שרשרות מרקוב בזמן רציף. בכל אחד מהמקרים קבעו עבור כל מצב התחלתי, אם הזמן עד הקפיצה השניה ממצב למצב הוא סכום שני משתנים מקריים מעריכיים שוויו פרמטר, או סכום שני משתנים מקריים מעריכיים שונים פרמטר, או שהוא כלל אינו סכום של שני משתנים מקריים מעריכיים.

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & -8 \end{pmatrix} \stackrel{א.}{=} \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \stackrel{ב.}{=} \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix} \stackrel{ג.}{=}$$

שאלה 2

לתחנת שרות מגיעים צרכנים רק בשלשות, אך כל צרכן משורת בנפרד. השלשות מגיעות בזרם פואסוני בעל קצב λ . בתחנה 2 שרתים שזמני השרות שלהם הם בלתי תלויים ומתפלגים כל אחד $\exp(1)$. בתחנה אינסוף מקומות המתנה וצרכן שלא נמצא עבורו שרת פנוי, ממתין בתור עד לקבלתו לשרות. מצאו את היוצר האינפיניטיסימלי של השרשרת המבטאת את המספר הכולל של צרכנים שבמערכת (אלה שבשרות ואלה שממתינים לתורם).

שאלה 3

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 3 & -6 & 3 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- א. מצאו את ההתפלגות הסטציונרית של השרשרת.
- ב. מצאו את מטריצת המעבר של השרשרת בזמן בדיד המתאימה לתהליך הנתון בזמני הקפיצה שלו.
- ג. מהי ההתפלגות הגבולית של השרשרת בסעיף ב'?
- ד. מהי הסיבה להבדל בין התשובה בסעיף א' לבין התשובה בסעיף ג'?
- ה. מצאו יוצר אינפיניטיסימלי של שרשרת מרקוב בת 3 מצבים שאילו היינו שואלים לגביו את השאלות שבסעיפים הקודמים, היו התשובות בסעיפים א' ו ג' זהות.

המשך בעמוד הבא

שאלה 4

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 3 & -6 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

מצאו שתי הצגות שונות של התהליך באמצעות טור של מטריצות עם שעון פואסוני.
