

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 11

שאלה 1

באי מסוים קיימים 3 יצורים. בכל זמן, כל יצור יכול להיות בריא או חולה. כל יצור בריא נעשה חולה לאחר זמן שמתפלג $\exp(\lambda)$. כל יצור חולה מבריא לאחר זמן שמתפלג $\exp(\mu)$. כל מה שקורה לכל יצור, בלתי תלוי במה שקורה ליצורים אחרים. מצאו את היוצר האינפיניטיסימלי של התהליך המתאר את מספר היצורים החולים בזמנים השונים.

שאלה 2

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

מצאו שתי הצגות שונות של התהליך באמצעות טור של מטריצות עם שיעור פואסוני.

שאלה 3

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל קבוצת המצבים $\{1,2,3\}$ ובעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 5 & -8 & 3 \\ 5 & 0 & -5 \end{pmatrix}$$

א. מהו $P_{1,1}(0)$?

ב. מצאו $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{1,1}(t)$.

ג. מצאו $P_{1,1}(t)$ עבור כל $t > 0$.

המשך בעמוד הבא

שאלה 4

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- א.** מצאו את ההתפלגות הסטציונרית של השרשרת.
ב. מצאו את מטריצת המעבר של השרשרת בזמן בדיד המתאימה לתהליך הנתון בזמני הקפיצה שלו.
ג. מהי ההתפלגות הגבולית של השרשרת בסעיף ב' ?
ד. מהי הסיבה להבדל בין התשובה בסעיף א' לבין התשובה בסעיף ג' ?
ה. מצאו יוצר אינפיניטיסימלי של שרשרת מרקוב בת 3 מצבים שאילו היינו שואלים לגביו את השאלות שבסעיפים הקודמים, היו התשובות בסעיפים א' ו ג' זהות.
-
-