

## מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 8

### שאלה 1

נתונה שרשרת מרקוב  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  בעלת מרחב המצבים  $\{1,2,3,4,5\}$  ומטריצת מעבר

1	0	0	0	0
0.06	0.04	0.2	0.3	0.4
0.03	0.07	0.21	0.31	0.38
0	0	0	0.5	0.5
0	0	0	1	0

א. הציגו דרך למציאת  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{2,5}^{(n)}$  ו  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{2,1}^{(n)}$ .

ב. הדרך צריכה לכלול רישום של מערכות של משוואות שאותן אין צורך לפתור.

ג. הציגו דרך לחישוב זמני הספיגה מכל מצב חולף במחלקה של מצבים נשנים.

ד. הדרך צריכה לכלול רישום של מערכת משוואות שאותה אין צורך לפתור.

ה. האם קיימת תוחלת זמן סופית להגעה ממצב 2 למצב 1 ?

### שאלה 2

נתונה שרשרת מרקוב  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  בעלת מרחב המצבים  $\{1,2,3,4,5,6\}$  ומטריצת מעבר

0.04	0.06	0.18	0.02	0.30	0.40
0.10	0.20	0.27	0.03	0.39	0.01
0	0	0	0	0.80	0.20
0	0	0	0	0.10	0.90
0	0	0.40	0.60	0	0
0	0	0.70	0.30	0	0

תארו דרך למציאת  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{2,5}^{(2n)}$ .

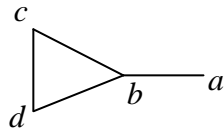
הדרך צריכה לכלול הצגה של מערכות של משוואות שאותן אין צורך לפתור.

עדיף שתתנו דרך שלא כוללת כפל מטריצות.

המשך בעמוד הבא

### שאלה 3

מבצעים הילוך מקרי על הגרף הלא מכוון בעל ארבעת הצמתים  $\{a, b, c, d\}$



( בכל שלב כאשר נמצאים בצומת אז בוחרים באקראי בסיכוי שווה את אחד משכניו ועוברים אליו ).  
נניח שמתחילים בצומת  $a$ .  
מהי תוחלת מספר הצעדים עד שנחזור לראשונה שוב לצומת  $a$  ?  
תנו פתרונות בשלוש דרכים שונות.

---

### שאלה 4

בהרצאה דברנו על הילוך מקרי של פרש על לוח שחמט תקני  $8 \times 8$ . הראנו איך לחשב את תוחלת מספר הצעדים עד חזרה מפינה לאותה פינה.  
ניתן לבחור סדרת קבועים  $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$  כך שעבור לוח שחמט של  $n \times n$  משבצות, תוחלת זמן החזרה של פרש מפינה לאותה פינה היא  $c_n n^2$ . הראו שהסדרה  $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$  שואפת לגבול. מצאו את גבול זה.

---