

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 12

שאלה 1

שאלה זו עוסקת בתהליך לידה ומוות $X(t)$ בו קצב הלידה הוא קבוע λ וקצבי המוות ממצב i הם $i\mu$ (זאת אומרת, קצב מוות הפרופורציונלי לגודל האוכלוסיה). מצאו את $E(X(t))$ בהינתן $X(0) = 1$.

שאלה 2

נתונה מערכת תור של שני שרתים. צרכנים מגיעים למערכת בזרם פואסוני בעל עצמה $\lambda = 2$. כל שרת יכול בכל נקודת זמן לשרת לכל היותר צרכן אחד. משך זמן שרות מתפלג $\exp(1)$. כל צרכן שמגיע למערכת פונה לאחד השרתים. כאשר שרת זה עסוק הצרכן מצטרף לתור הממתינים לשרות אצל שרת זה (לכל שרת יש קבוצת ממתינים נפרדת). צרכן המגיע למערכת כאשר לשרת הראשון יש בדיוק 8 ממתינים, פונה בהכרח לשרת השני. צרכן המגיע כאשר אצל השרת הראשון אין בדיוק שמונה ממתינים, פונה בהכרח לשרת הראשון. יהי $X(t)$ - המספר הכולל של הנמצאים בזמן t בהמתנה או בשירות אצל השרת הראשון. יהי $Y(t)$ - המספר הכולל של הנמצאים בזמן t בהמתנה או בשירות אצל השרת השני. נניח שבזמן $t = 0$ המערכת ריקה.

א. האם רצף המשתנים המקריים $X(t)$ הוא שרשרת מרקוב בזמן רציף ?

האם רצף המשתנים המקריים $Y(t)$ הוא שרשרת מרקוב בזמן רציף ?

ב. האם $\lim_{t \rightarrow \infty} P(X(t) = 0) > 0$? האם קיים $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = \infty$?

האם $\lim_{t \rightarrow \infty} P(Y(t) = 0) > 0$? האם קיים $\lim_{t \rightarrow \infty} Y(t) = \infty$?
