

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 2

שאלה 1

תהי X_1, X_2, X_3, \dots סדרת משתנים מקריים בלתי תלויים בעלי התפלגות אחידה רציפה בקטע $[0,1]$.

תהי Y_1, Y_2, Y_3, \dots סדרת משתנים מקריים המקיימים $Y_n = X_n X_{n+1}$.

א. האם קיימים אינסוף X_n , המקיימים $X_n < \frac{1}{n}$?

ב. האם קיימים אינסוף X_n , המקיימים $X_n < \frac{1}{n^2}$?

ג. האם קיימים אינסוף Y_n , המקיימים $Y_n < \frac{1}{8n}$?

שאלה 2

בשורה אינסופית $1,2,3,\dots,8,9,10,11,\dots,99,100,101,\dots$ מוחקים כל ספרה בהסתברות p , באופן בלתי תלוי. מספר נקרא מחוק, אם כל ספרותיו מחוקות. האם יש אינסוף מספרים מחוקים?

שאלה 3

נתונה שרשרת מרקוב על השלמים האי שליליים. נניח שעבור כל $i \geq 0$ זוגי מתקיים: $P_{i,i+1} = 1$

ועבור כל $i \geq 1$ אי זוגי מתקיים: $P_{i,0} = 0.5 = P_{i,i+1}$.

האם מצב 0 הוא מצב חולף או מצב נשנה? בססו את תשובתכם על הלמה של בורל קנטלי.

שאלה 4

האם קיימת סדרת משתנים מקריים שעליה חל החוק החזק למרות שלא לכל המשתנים בסדרה יש מומנט רביעי סופי?
