

### מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 3

#### שאלה 1

נתונה  $X_1, X_2, \dots$  סדרת משתנים מקריים המקיימים:  $P\left(X_n = +\frac{1}{n^2}\right) = P\left(X_n = -\frac{1}{n^2}\right) = 0.5$ .

האם חל על הסדרה החוק החזק של המספרים הגדולים אם מניחים שהמשתנים הם בלתי תלויים?  
האם בכל מקרה חל על הסדרה החוק החזק של המספרים הגדולים גם כאשר המשתנים תלויים?

---

#### שאלה 2

נתונה שרשרת מרקוב של הילוך מקרי סימטרי על הישר, זאת אומרת שבכל שלב הולכים ימינה צעד אחד בסיכוי 0.5 ושאלה צעד אחד בסיכוי 0.5.  
האם ניתן לקבוע אם מצבי השרשרת הם נשנים או חולפים בהסתמך על החוק החזק?

---

#### שאלה 3

הוכיחו או הפריכו על-ידי מתן דוגמא נגדית את הטענה הבאה:  
לא קיימת שרשרת מרקוב בה יש גם אינסוף מצבים חולפים וגם אינסוף מצבים נשנים.

---

#### שאלה 4

תנו דוגמא לשרשרת לא מחזורית שבה עבור כל קבוע טבעי  $n$ , קיים מצב שלא ניתן לחזור אליו מעצמו תוך פחות מ  $n$  צעדים.

---