

## מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 6

### שאלה 1

מבצעים סדרה אין סופית של הטלות של קוביה שעל כל פאה שלה רשום מספר שונה בן 1 ל 6 (קוביה תקינה). יהי  $S_n$  הסכום המצטבר ב  $n$  הקוביות הראשונות. יהי  $Z_n$  שארית החלוקה של  $S_n$  ב 3. נסתכל על שרשרת מרקוב  $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$  בעלת מרחב המצבים  $\{0,1,2\}$ .

א. מצאו את מטריצת המעבר של השרשרת  $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$  ?

ב. האם השרשרת הזאת היא פריקה ?

ג. מהו המחזור של מצבי השרשרת ?

ד. מצאו וקטור סטציונרי לשרשרת ?

ה. האם הוקטור הזה הוא וקטור סטציונרי יחיד של השרשרת ?

1. הסיקו מהי ההסתברות הגבולית של המאורע ש  $S_n$  הוא כפולה שלמה של 3.

2. הסיקו מהי תוחלת זמן החזרה מהמצב שבו  $(Z_n = 0)$  לעצמו.

### שאלה 2

תנו דוגמא לשרשרת מרקוב בלתי פריקה על כל המספרים הטבעיים ובעלת מחזור 3 שבה מתקיים

$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{1}{3}$$

### שאלה 3

ישנן שתי השערות. ידוע שרק אחת מהן נכונה.

לליאת יש מחברת עבה בת 1001 דפים הממוספרים מ 0 עד 1000. ביום מספר 0, ליאת רושמת בדף מספר 0 את אחת ההשערות, כאשר לכל השערה יש סיכוי שווה להירשם. אחר-כך בכל יום  $i$ ,  $1 \leq i \leq 1000$ , ליאת רושמת בדף  $i$  את אחת ההשערות, תוך שהיא מתחשבת רק בהשערה מהיום

הקודם. ידוע שאם השערתה ביום  $i-1$  היתה נכונה, אז השערתה ביום  $i$  נכונה בסיכוי  $\frac{3}{4}$ , ואם

השערתה ביום  $i-1$  לא היתה נכונה, אז השערתה ביום  $i$  נכונה בסיכוי  $\frac{1}{2}$ . לאחר היום האחרון ליאת

מראה לכל אחד מחבריה חלק מדפי המחברת. כל אחד מהחברים עושה כמיטב יכולתו כדי לקבוע איזו השערה נכונה.

א. אילה רואה רק את דף מספר 1. באיזו הסתברות, בדיוק או בקירוב, יכולה אילה לבחור בהשערה הנכונה ?

ב. פולינה רואה רק את דף מספר 1000. באיזו הסתברות, בדיוק או בקירוב, יכולה פולינה לבחור בהשערה הנכונה ?

ג. אדם רואה את כל דפי המחברת. באיזו הסתברות, בדיוק או בקירוב, יכול אדם לבחור בהשערה הנכונה ?

ד. אופיר רואה את 501 הדפים בעלי מספר זוגי. באיזו הסתברות, בדיוק או בקירוב, יכול אופיר לבחור בהשערה הנכונה ?