

מבוא לתהליכים סטוכסטיים / תרגיל 7

שאלה 1

האם קיימת שרשרת מרקוב הומוגנית $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ שאין לה וקטור סטציונרי שמקיים את תנאי האיזון המפורט, אך לשרשרת $\{X_{3n}\}_{n=0}^{\infty}$ יש וקטור סטציונרי שמקיים את תנאי האיזון המפורט.

שאלה 2

בהרצאה דברנו על הילוך מקרי של מלך על לוח שחמט תקני 8×8 . הראנו איך לחשב את תוחלת מספר הצעדים עד חזרה מפינה לאותה פינה. ניתן לבחור סדרת קבועים $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ כך שעבור לוח שחמט של $8 \times n$ משבצות, תוחלת זמן החזרה של מלך מפינה לאותה פינה היא $c_n n$. הראו שהסדרה $\{c_n\}_{n=1}^{\infty}$ שואפת לגבול כאשר $n \rightarrow \infty$. מצאו את גבול זה.

שאלה 3

נתונה מטריצת מרקוב בת מרחב המצבים $\{1,2,3,4\}$

0.9	0.1	0	0
0.9	0.1	0	0
0.4	0.1	0.2	0.3
0	0.1	0.5	0.4

- א.** רשמו מערכת משוואות לחישוב תוחלת זמן ההיקלטות במחלקה של מצבים נשנים, לאחר שנמצאים במצבים החולפים השונים. אין צורך לפתור את מערכת המשוואות.
ב. נניח שמתחילים במצב 4, מהי ההסתברות שלא נבקר לעולם במצב 3?
-

שאלה 4

נתונה שרשרת מרקוב בעלת מרחב המצבים $\{1,2,3,4,5,6\}$ ומטריצת מעבר

0	0	0.4	0.6	0	0
0	0	0.4	0.6	0	0
0.7	0.3	0	0	0	0
0.8	0.2	0	0	0	0
0.2	0.1	0.1	0.3	0.1	0.2
0.3	0	0.2	0.2	0.2	0.1

מצאו $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{5,4}^{(2n)}$. כאן אני כן רוצה שתגיעו לתשובה סופית.

הערה: אם תתבוננו היטב במטריצה ותסיקו מסקנות מסוימות, אז תחסכו לכם את כמעט כל החישובים. אחרת, צפויים לכם חישובים רבים.
רמז: תוכלו להעזר ביותר מסימטריה אחת.
