

## מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 10

אנא שלחו את פתרוניתכם לכתובת [shlomiru@gmail.com](mailto:shlomiru@gmail.com) עד יום ד' 14.06.23 ב 15:30.  
על צירוף האותיות stochex להופיע בנושא המכתב או בגוף המכתב שבו נשלח התרגיל.

### שאלה 1

לתחנת שרות מגיעים צרכנים בזרם פואסוני בעל קצב 1. בתחנה יש שרת אחד שיכול לשרת בזמן נתון צרכן בודד. משך זמן שרות מתפלג  $\exp(1)$ . בתחנה יש 4 מקומות המתנה. צרכנים המגיעים לתחנה בזמן שהשרת עסוק, אך לא כל מקומות ההמתנה תפוסים מצטרפים לתור הממתינים לשרות. צרכנים המגיעים כאשר כל מקומות ההמתנה תפוסים, עוזבים את המערכת.

- א.** מצאו את היוצר האינפניטיסימלי של התהליך המתאר את מספר הצרכנים שבמערכת בזמנים שונים.
- ב.** נניח שמתחילים במצב שבו יש שלושה צרכנים במערכת ( אחד בשרות ושניים בהמתנה ). האם הזמן עד הקפיצה השניה ממצב למצב, מתפלג כסכום של שני משתנים מעריכיים שווים פרמטר או שוני פרמטר או כלל לא כסכום של משתנים מעריכיים ?
- ג.** נניח שמתחילים במצב שבו אין אף צרכן במערכת. האם הזמן עד הקפיצה השניה ממצב למצב מתפלג כסכום של שני משתנים מעריכיים שווים פרמטר או שוני פרמטר או כלל לא כסכום של משתנים מעריכיים ?
- ד.** נניח שמתחילים במצב שבו יש רק צרכן אחד במערכת ( זאת אומרת שהוא נמצא בשרות ). האם הזמן עד הקפיצה השניה ממצב למצב, מתפלג כסכום של שני משתנים מעריכיים שווים פרמטר או שוני פרמטר או כלל לא כסכום של משתנים מעריכיים ?

### שאלה 2

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 4 & -8 & 4 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- א.** מצאו את ההתפלגות הסטציונרית של השרשרת.
- ב.** מצאו את מטריצת המעבר של השרשרת בזמן בדיד המתאימה לתהליך הנתון בזמני הקפיצה שלו.
- ג.** מהי ההתפלגות הגבולית של השרשרת בסעיף ב' ?
- ד.** מהי הסיבה להבדל בין התשובה בסעיף א' לבין התשובה בסעיף ג' ?
- ה.** מצאו יוצר אינפניטיסימלי של שרשרת מרקוב בת 3 מצבים שאילו היינו שואלים לגביו את השאלות שבסעיפים הקודמים, היו התשובות בסעיפים א' ו ג' זהות.

המשך בעמוד הבא

### שאלה 3

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל יוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -8 & 3 & 5 \\ 1 & -4 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

מצאו שתי הצגות שונות של התהליך באמצעות טור של מטריצות עם שעון פואסוני.

---

### שאלה 4

נתונה שרשרת מרקוב בעלת קבוצת המצבים  $\{1,2\}$  ויוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

מצאו  $P_{1,1}(6)$ .

---

---