

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 11

אנא שלחו את פתרונותיכם לכתובת shlomiru@gmail.com עד יום ד' 21.06.23 ב 15:30.
על צירוף האותיות stochex להופיע בנושא המכתב או בגוף המכתב שבו נשלח התרגיל.

שאלה 1

נתון תהליך מרקוב בזמן רציף בעל מרחב המצבים $\{1,2,3\}$ ויוצר אינפיניטיסימלי

$$\begin{pmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- א.** האם התפלגות הזמן שעובר מתחילת התהליך ועד זמן הקפיצה העשירית תלויה בזהות המצב ההתחלתי?
ב. מצאו $\lim_{t \rightarrow \infty} P_{i,j}(t)$ עבור כל זוג מצבים i, j .
ג. מצאו $P_{1,1}(t)$ עבור t קבוע.
-

שאלה 2

תנו דוגמא לשרשרת מרקוב בזמן רציף שבה 1 ו 2 הם שניים מהמצבים, ומתקיים שמספר הקפיצות של התהליך המתחיל במצב 1 עד שהוא מגיע למצב 2 מתפלג גיאומטרית.

שאלה 3

תהי $\{X(t)\}$ מערכת תור עם שרת אחד ואין סוף מקומות המתנה. נניח שמופע הצרכנים לתור הוא פואסוני בעל עוצמה 1. נניח שזמן שרות של צרכן מתפלג $exp(2)$, וזאת באופן ב"ת בין הצרכנים השונים.

תהי $\{Y(t)\}$ מערכת תור עם שרת אחד ואין סוף מקומות המתנה. נניח שמופע הצרכנים לתור הוא פואסוני בעל עוצמה 1. נניח שזמן שרות של צרכן מתפלג $exp(2)$, וזאת באופן ב"ת בין הצרכנים השונים.

עבור כל $t \geq 0$ יהי $Z(t) = X(t) + Y(t)$.

- א.** נניח ששני התהליכים $\{X(t)\}$ ו $\{Y(t)\}$ הם ב"ת. מהו $\lim_{t \rightarrow \infty} P(Z(t) = 1)$?
ב. נניח שכל צרכן עובר למערכת התור האחרת כאשר זה כדאי לו. מהו כעת $\lim_{t \rightarrow \infty} P(Z(t) = 1)$?
-

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, שלומי, בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.