

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 2

אנא שלחו את פתרונותיכם לכתובת shlomiru@gmail.com עד יום ג' 04.04.23.
על צירוף האותיות stochex להופיע בנושא המכתב או בגוף המכתב שבו נשלח התרגיל.

שאלה 1

נתונה שרשרת מרקוב בעלת מרחב מצבים שהוא השלמים האי שליליים ומטריצת מעבר P המקיימת

$$P_{0,1} = 1 \text{ ועבור כל } i \geq 1 : P_{i,0} = 0.8^i, P_{i,i+1} = 1 - 0.8^i.$$

האם קיימים מצבים נשנים בשרשרת? האם קיימים מצבים חולפים בשרשרת?

שאלה 2

תהי $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$ סדרת משתנים מקריים שווי התפלגות וב"ת. נניח שמתקיים $F_{X_1}(x) < 1$ לכל $-\infty < x < +\infty$ (זאת אומרת שפונקציית ההסתברות המצטברת של כל אחד מהמשתנים קטנה מ 1 בכל נקודה על הישר).

א. האם הסתברות המאורע שאין סוף משתנים מהסדרה יקבלו את אותו ערך כמו של X_1 היא בהכרח ? 1

ב. האם הסתברות המאורע שאין סוף משתנים מהסדרה יקבלו ערך גדול מערכו של X_1 היא בהכרח ? 1

שאלה 3

תהי $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ שרשרת מרקוב. נניח שהחוק החזק חל על סדרת המשתנים $\{X_n\}_{n=1}^{\infty}$. האם החוק החזק בהכרח חל על סדרת המשתנים $\{X_{2n}\}_{n=1}^{\infty}$?

שאלה 4

תנו דוגמא לשרשרת מרקוב שבה תוכלו לנמק את היותו של מצב מסוים חולף, בהסתמך על הלמה של בורל קנטלי.

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, שלומי, בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.