

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 3

אנא שלחו את פתרונותיכם לכתובת shlomiru@gmail.com עד יום א' 16.04.23 .
על צירוף האותיות stochex להופיע בנושא המכתב או בגוף המכתב שבו נשלח התרגיל.

שאלה 1

נניח שבשרשרת מרקוב לכל מצב יש מחזור שונה מאשר לכל מצב אחר.
מה ניתן להגיד על מספר מצבי השרשרת ?

שאלה 2

תהי $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$ שרשרת מרקוב שקבוצת מצביה היא של כל השלמים (חיובים שלילים ואפס).
נניח שמתקיים $P_{8,7} = 0.4 = 1 - P_{8,9}$. נניח שעבור כל $i \neq 8$ שלם מתקיים
 $P_{i,i-1} = P_{i,i+1} = 0.5$.
האם מצב 0 הוא מצב נשנה ?

שאלה 3

בתחילה יש בכד X כדורים כחולים ואף לא כדור מצבע אחר. בכל יחידת זמן מוציאים מהכד כדור
אקראי מבין כל הכדורים שבכד בשלב זה, ומכניסים במקומו כדור ירוק.
יהי $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ התהליך שמונה את מספר הכדורים הירוקים עם תום יחידות הזמן השונות.
יהי $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$ התהליך שמציין את פרופורצית הכדורים הירוקים עם תום יחידות הזמן השונות.

נניח ש X הוא משתנה מקרי שמקבל רק ערכים טבעיים.
עבור אילו משתנים מקריים X , חל על הסדרה $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ החוק החזק של המספרים הגדולים ?
עבור אילו משתנים מקריים X , חל על הסדרה $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$ החוק החזק של המספרים הגדולים ?

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, שלומי, בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.