

## מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 5

אנא שלחו את פתרונותיכם לכתובת shlomiru@gmail.com עד יום ד' 10.05.23 ב 15:30.  
על צירוף האותיות stochex להופיע בנושא המכתב או בגוף המכתב שבו נשלח התרגיל.

### שאלה 1

- א. האם קיימות שתי שרשרות מרקוב  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  ו  $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$  על אותה קבוצת מצבים עם אותה מטריצת מעבר ועם מצבים התחלתיים שונים, כך שההסתברות שעבור אין סוף ערכי  $n$  יתקיים  $(Y_n = X_n)$  היא 0 ?
- ב. האם קיימות שתי שרשרות מרקוב  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  ו  $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$  על אותה קבוצת מצבים עם אותה מטריצת מעבר ועם מצבים התחלתיים שונים, כך שההסתברות שעבור אין סוף ערכי  $n$  יתקיים  $(Y_n = X_n)$  היא 1 ?
- ג. האם קיימות שתי שרשרות מרקוב  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  ו  $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$  על אותה קבוצת מצבים עם אותה מטריצת מעבר ועם מצבים התחלתיים שונים, כך שההסתברות שעבור אין סוף ערכי  $n$  יתקיים  $(Y_n = X_n)$  היא 0.5 ?
- 

### שאלה 2

- נתונה שרשרת מרקוב על השלמים האי שליליים. נניח ש  $P_{i,i-1} = 1$  עבור כל  $i \geq 1$ .
- א. נניח ש  $P_{0,i} = 0.5^{i+1}$  עבור כל  $i \geq 0$ . מהו המחזור של מצבי השרשרת ? האם מצב 0 הוא נשנה חיובי ?
- ב. נניח ש  $P_{0,i} = 0.5^{i-5}$  עבור כל  $i \geq 6$ . מהו המחזור של מצבי השרשרת ? האם מצב 0 הוא נשנה חיובי ?
- 

### שאלה 3

נתונה שרשרת מרקוב בעלת קבוצת המצבים  $\{1,2\}$  ומטריצת מעבר

$$\begin{pmatrix} 0.3 & 0.7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

נמקו מדוע קיים הגבול  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{1,1}^{(n)}$  ומצאו אותו.

---

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, שלומי, בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.