

## מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 6

אנא שלחו את פתרוניתכם לכתובת shlomiru@gmail.com עד יום ד' 17.05.23 ב 15:30.  
על צירוף האותיות stochem להופיע בנושא המכתב או בגוף המכתב שבו נשלח התרגיל.

### שאלה 1

מבצעים סדרה אין סופית של הטלות ב"ת של קוביה שעל צד אחד שלו רשום 2 ועל חמישה צדדים שלה רשום 4. יהי  $S_n$  הסכום המצטבר ב  $n$  ההטלות הראשונות. יהי  $Z_n$  שארית החלוקה של  $S_n$  ב 3. נסתכל על שרשרת מרקוב  $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$  בעלת מרחב המצבים  $\{0,1,2\}$ .

- א. מצאו את מטריצת המעבר של השרשרת  $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$  ?
- ב. האם השרשרת הזאת היא פריקה ?
- ג. מהו המחזור של מצבי השרשרת ?
- ד. מצאו וקטור סטציונרי לשרשרת ?
- ה. האם הוקטור הזה הוא וקטור סטציונרי יחיד של השרשרת ?
- ו. הסיקו מהי ההסתברות הגבולית של המאורע ש  $S_n$  הוא כפולה שלמה של 3.
- ז. הסיקו מהי תוחלת זמן החזרה מהמצב שבו  $(Z_n = 0)$  לעצמו.

### שאלה 2

תהי  $\{X_n\}_{n=0}^{\infty}$  שרשרת מרקוב שקבוצת מצביה היא  $A$ . נניח ש 0 הוא אחד ממצבי שרשרת זו. נניח שקיים הגבול  $\lim_{n \rightarrow \infty} P_{0,j}^{(n)}$  עבור כל מצב  $j \in A$ .

א. האם יתכן שמתקיים  $\sum_{j \in A} \lim_{n \rightarrow \infty} P_{0,j}^{(n)} < \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j \in A} P_{0,j}^{(n)}$  ?

ב. האם יתכן שמתקיים  $\sum_{j \in A} \lim_{n \rightarrow \infty} P_{0,j}^{(n)} = 0.5$  ?

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, שלומי, בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.