

מבוא לתהליכים סטוכסטיים/ תרגיל 9

הערות

אנא שלחו את פתרונותיכם לכתובת shlomiru@gmail.com עד יום ד' 7.6.23 ב 15:30.
על צירוף האותיות stochem להופיע בנושא המכתב או בגוף המכתב שבו נשלח התרגיל.

שאלה 1

מבצעים סדרה אינסופית של הטלות בלתי תלויות של קובייה תקינה. נסתכל על סדרת הסכומים המצטברים של ההטלות עד השלבים השונים. מהי ההסתברות שקיים שלב שבו סכום זה הוא 2002 וקיים שלב שסכום זה הוא 5001, אך לא קיימים שלבים שסכומים אלה הם 5000, 2001, 2000?

שאלה 2

נתונה תחנת שירות בה יש שרת אחד ואינסוף מקומות המתנה. מספר הלקוחות X שמגיעים במשך יחידת זמן הוא בעל ההתפלגות:

$$P(X=0) = \frac{1}{2}, \quad P(X=1) = \frac{3}{8}, \quad P(X=3) = \frac{1}{8}$$

לגבי שרשרת מרקוב שבה המצבים הם מספרי הלקוחות שבתור, (שירות של לקוח לוקח יחידת זמן אחת) חשבו את ההסתברויות הסטציונריות של המצבים 0,1,2.

שאלה 3

יהי $X(t)$ תהליך פואסון בעל קצב λ .

לגבי כל אחד משלושת התהליכים $Y(t) = 2X(t)$, $Z(t) = X(2t)$, $W(t) = X(t^2)$ קבעו ונמקו אם הוא מהווה תהליך פואסון ואם הוא מהווה שרשרת מרקוב בזמן רציף.

שאלה 4

- א.** תנו דוגמא לשרשרת מרקוב שבה עבור כל מצב i קיימת הסתברות גבולית (זאת אומרת שקיים $(\lim_{n \rightarrow \infty} P_{i,i}^{(n)})$, אך לא קיימת התפלגות סטציונרית.
- ב.** תנו דוגמא לשרשרת מרקוב שבה עבור כל מצב i קיימת הסתברות גבולית, אך לא קיימת התפלגות גבולית (זאת אומרת שלא קיים וקטור הסתברויות, כך שעבור כל רכיב i שלו, הרכיבים ה- i בווקטורי ההסתברויות בשלבים השונים, שואפים אליו).
- ג.** תנו דוגמא לשרשרת מרקוב שבה יש התפלגות סטציונרית יחידה, אך לא קיימת התפלגות גבולית.
- ד.** תנו דוגמא לשרשרת מרקוב שבה יש התפלגות סטציונרית יחידה, אך לא קיימת למצבים השונים הסתברות גבולית.

אתם מוזמנים להתייעץ איתי, שלומי, בטלפון 058-5582931 שבעה ימים בשבוע.