

פתרון תרגיל 3 במבוא לתהליכים סטוכסטיים

שאלה 1

ראו הסבר בהקלטה כאן.

ניתן להגיד שבשרשרת יש רק מצב אחד.

בכל מחלקה יש לכל המצבים את אותו מחזור. לכן כאן לא יתכן שיש מחלקה עם יותר ממצב אחד. גם לא יתכן שיש מספר מחלקות של מצב בודד (בכל מחלקה של מצב בודד יש למצב מחזור של 1).

הערה

אמרנו שרק למצב ארגודי יש מחזור. כללית יתכן שיש כל מספר של מצבים לא ארגודים. אבל מניסוח השאלה משתמע שכאן לכל מצב יש מחזור.

שאלה 2

נשים לב שכל מצבי השרשרת מקושרים. נשנות היא תכונה מחלקתית ולכן מצב 0 הוא נשנה אם ורק אם מצב 8 הוא נשנה. נראה שמצב 8 הוא נשנה. למדנו שבהילוך מקרי סימטרי המצבים הם נשנים. בתהליך המתואר בשאלה זו ממצב 8 עוברים למצב 7 או למצב 9. ההסתברות לחזור מכל אחד ממצבים אלה למצב 8 לא תלויה בהסתברויות לעבור ממצב 8 למצבים השונים (עד החזרה למצב 8 לא מבוצע שום מעבר ממצב 8). מכיון שבתהליך המתואר בשאלה זו, רק הסתברויות המעבר ממצב 8 שונות ביחס להילוך מקרי סימטרי, אז מצב 8 הוא נשנה. לכן כל המצבים בשרשרת הבלתי פריקה הם נשנים.

שאלה 3

התהליך $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ נקלט במצב ש X שבו כל הכדורים ירוקים. אם המשתנה X הוא מנוון, אז הממוצע של הסדרה $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ שואף לגודל ידוע מראש. לכן במקרה זה החוק החזק חל על הסדרה. אם X אינו משתנה מנוון, אז יש אפשרויות להיקלט בערכים שונים. לכן סדרת הממוצעים של הסדרה $\{Y_n\}_{n=0}^{\infty}$ אינה שואפת לגבול ידוע מראש והחוק החזק לא חל על הסדרה. עבור כל ערך של X התהליך $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$ נקלט בהסתברות 1 במצב 1. לכן סדרת הממוצעים של הסדרה $\{Z_n\}_{n=0}^{\infty}$ שואפת בהסתברות 1 ל 1. החוק החזק חל על הסדרה עבור כל משתנה X .

שלומי